閉じ込めとカイラル対称性：
有効理論と格子QCDでの諸研究

京大理　菅沼秀夫

1. QCDに関する overview
2. Chiral Symmetry に関する overview と諸研究
3. Color Confinement に関する overview と諸研究
4. 非摂動的QCD真空に関する諸研究

日本物理学会　シンポジウム
「クォーク閉じ込めとカイラル対称性：QCDの難問と多彩なアプローチの検討」
２０１０年９月１２日　於　九州工業大学

1. QCDに関する overview

QCD：強い相互作用の基礎理論

量子色力学（Quantum Chromo Dynamics, QCD）

- 強い相互作用の基礎理論：SU(3) ゲージ理論
- クォークとグルーオンの相互作用を記述

$q(x)$ ：クォーク場
$A^\mu(x)$：グルーオン場

Lagrangian

QEDと類似の

simple form !

$$\boxed{\boldsymbol{L_{QCD} = -\frac{1}{2}\,\mathrm{tr}\,(G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}) + \bar{q}\,(i\gamma_\mu D^\mu - m)\,q}}$$

クォーク：3種類のカラー荷

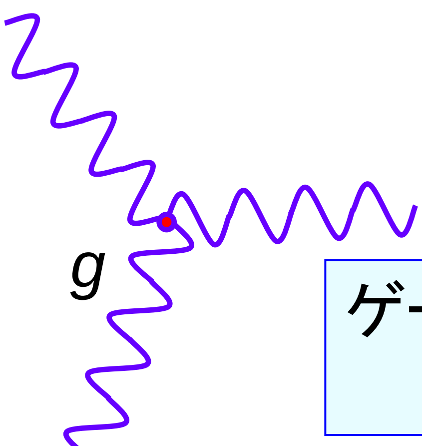
$$q = \begin{pmatrix} R \\ B \\ G \end{pmatrix}$$

$D^\mu = \partial^\mu + ig\,A^\mu$ ： 共変微分　　　g：QCDのゲージ結合定数

$G^{\mu\nu} = \frac{1}{ig}\,[D^\mu, D^\nu] = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu + ig\,[A^\mu, A^\nu]$ ：カラー電磁場

$A_\mu(x) = A_\mu^a(x) T^a$ ：カラー空間に作用する $N_c \times N_c$ の行列

ゲージ場の非可換性 → グルーオンの自己相互作用
（グルーオンの3点・4点 局所相互作用）

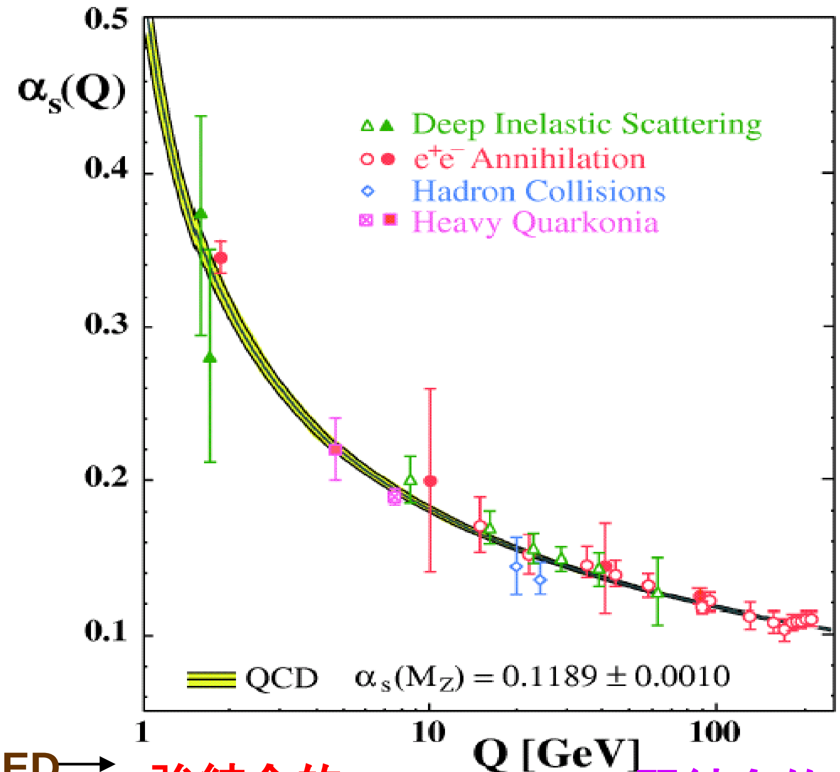


QCDの漸近的自由性

トフーフト・グロス・ウィルツェック・ポリッツァーら（1973年）（2004年ノーベル賞）

QCDの結合定数は 高エネルギー（近距離）領域では弱結合
低エネルギー（遠距離）領域では強結合

QCDの結合定数 $\alpha_s(\mu) = \dfrac{g^2(\mu)}{4\pi}$

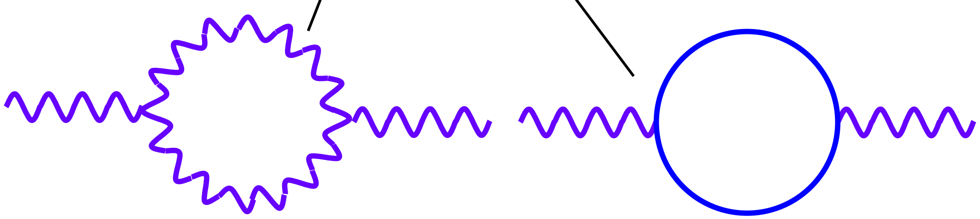


QED→ **強結合的** **弱結合的**

QCDの結合定数は見るスケールによって大きく変化

1 ループまでの摂動QCD計算

$$\alpha s(\mu) = \frac{12\pi}{(11N_c - 2N_f)\ \ln(\mu^2/\Lambda^2_{QCD})}$$



グルーオンの自己相互作用に由来するグルーオン・ループの寄与

クォーク・ループの寄与

比較

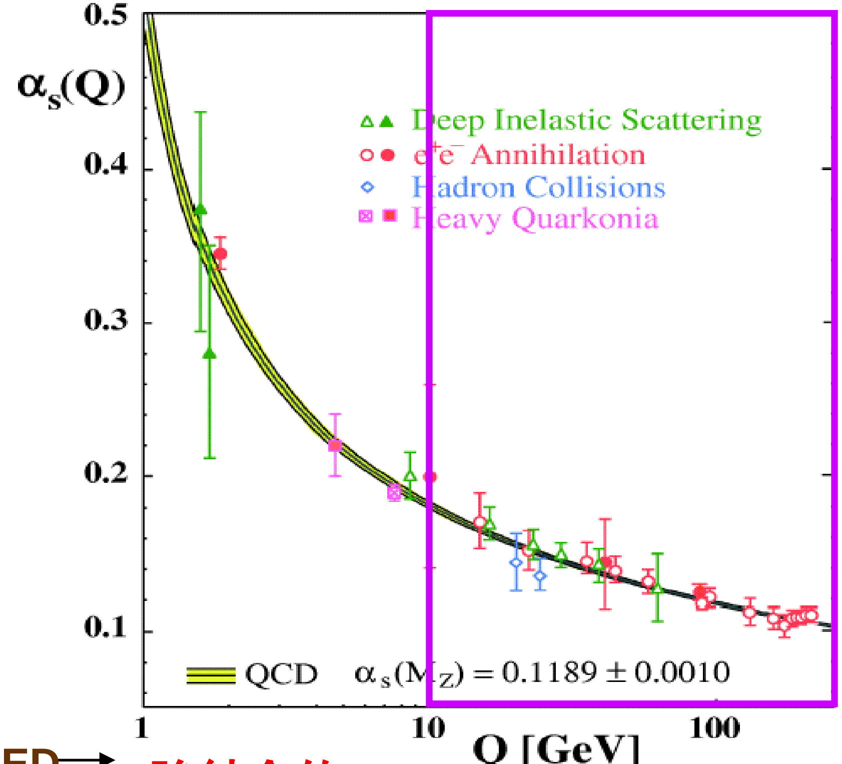
QEDの結合定数（微細構造定数）

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi} \frac{1}{137}$$

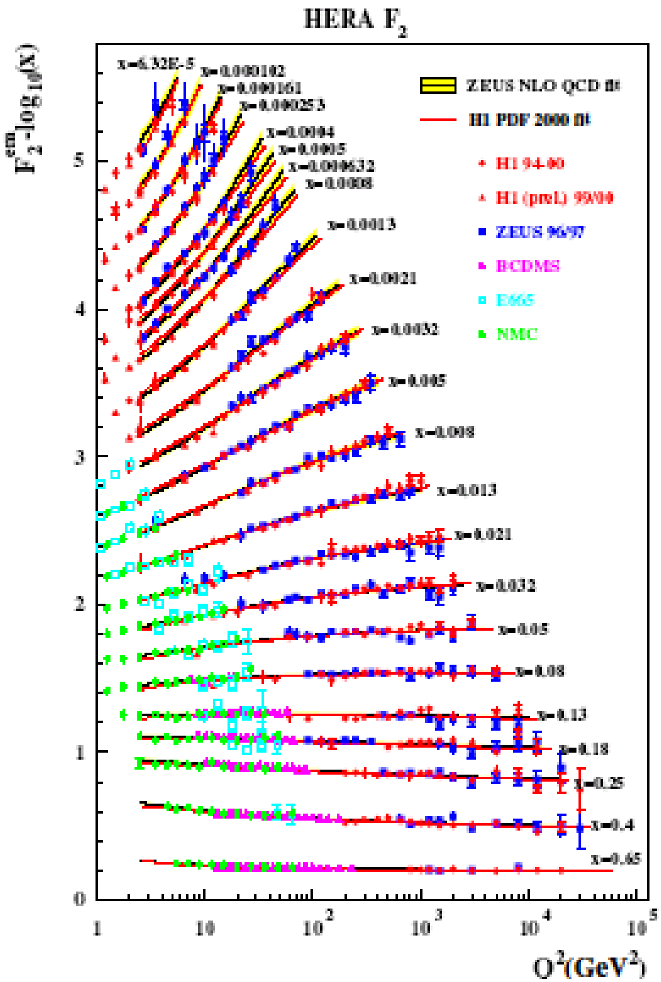
摂動論的QCD

QCDの結合定数は 高エネルギー（近距離）領域では弱結合
→高エネルギー（近距離）領域では摂動論的QCDが適用可能

QCDの結合定数 $\alpha_s(\mu)=\dfrac{g^2(\mu)}{4\pi}$



QED→ 強結合的 弱結合的



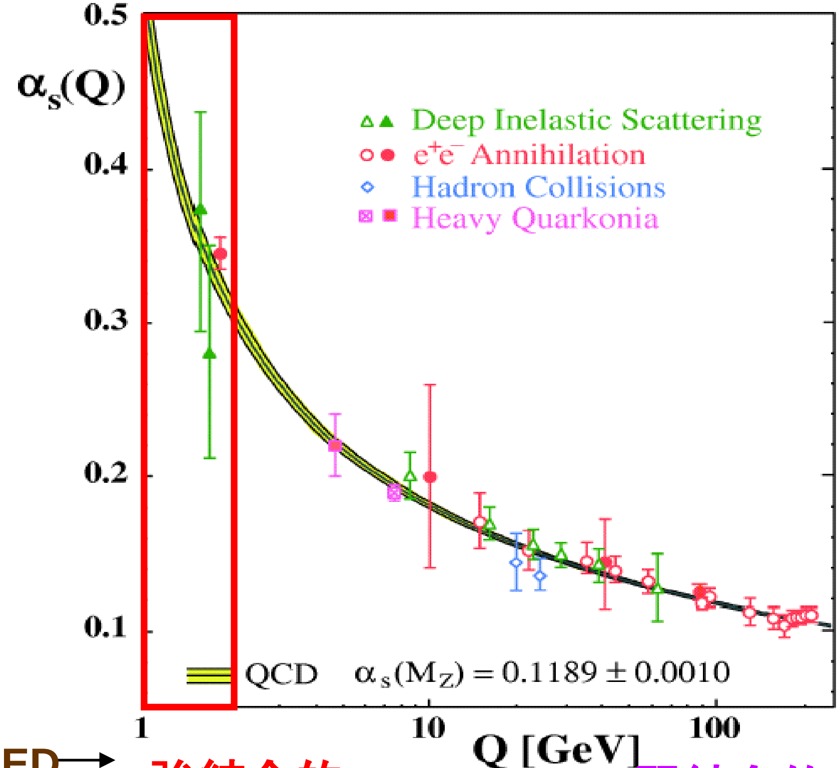
Proton structure function F_2

QCDの漸近的自由性

トフーフト・グロス・ウィルツェック・ポリッツァーら（1973年）（2004年ノーベル賞）

QCDの結合定数は 高エネルギー（近距離）領域では弱結合
低エネルギー（遠距離）領域では強結合

QCDの結合定数 $\alpha_s(\mu)=\dfrac{g^2(\mu)}{4\pi}$



QED→ 強結合的 弱結合的

QCDの結合定数は見るスケールによって大きく変化

低エネルギー領域での強結合性

↓

非摂動的現象：

摂動論を超えた現象

～真空が変質

- カラー（クォーク等）の閉じ込め
- カイラル対称性の自発的破れ

QCDは非摂動的現象の宝庫であり
非摂動的解析方法を作る実験場

QCD:ミクロな階層での多様な現象の宝庫

QCD

$$L_{QCD} = -\frac{1}{2}\,\mathrm{tr}(G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}) + \bar{q}(i\gamma_\mu D^\mu - m)q$$

Lagrangian
very simple !

理論の非可換性(カラー自由度)

フレーバー自由度

ゲージ場の自己相互作用

グルーボール $f_0(1500)$?

重フレーバー物理

2004年ノーベル賞

漸近的自由性

理論の非線形性

重クォーク対称性

低エネルギー領域での強結合性

真空の非自明なトポロジー(インスタントン~4次元時空でのソリトン)

ミレニアム問題
(100万ドルの懸賞金)

真空の非摂動的性質

グルーオン凝縮
スケール不変性の破れ
(トレース・アノマリー)

量子異常(軸性U(1)アノマリー)

カラーの閉じ込め

カイラル対称性の自発的破れ

$\eta'(958)$の大質量

クォーク凝縮

$\langle\bar{q}q\rangle = -(250\mathrm{MeV})^3$

ハドロンの複合粒子性

2008年ノーベル賞

南部・ゴールドストン粒子の出現

クォーク質量の動的生成

u, d, s 構成クォーク
間に近似的対称性

ハドロンのストリング描像

軽いπ中間子

核力におけるπ中間子交換力

SU(6)スピン・フレーバー対称性

ハドロンのレッジェ軌跡
ハゲドロン臨界温度

1fm 程度の
核力レンジ

原子核の形成

ハイペロン・ハイパー核の物理

QCDは多彩な物理現象と同時に、数百種類ものハドロンを作り出す！

Meson Summary Table

See also the table of suggested $q\overline{q}$ quark-model assignments in the Quark Model section.

• Indicates particles that appear in the preceding Meson Summary Table. We do not regard the other entries as being established.

LIGHT UNFLAVORED ($S = C = B = 0$)

	$I^G(J^{PC})$
• $\pi^\pm$	$1^-(0^-)$
• π^0	$1^-(0^{-+})$
• η	$0^+(0^{-+})$
• $f_0(600)$	$0^+(0^{++})$
• $\rho(770)$	$1^+(1^{--})$
• $\omega(782)$	$0^-(1^{--})$
• $\eta'(958)$	$0^+(0^{-+})$
• $f_0(980)$	$0^+(0^{++})$
• $a_0(980)$	$1^-(0^{++})$
• $\phi(1020)$	$0^-(1^{--})$
• $h_1(1170)$	$0^-(1^{+-})$
• $b_1(1235)$	$1^+(1^{+-})$
• $a_1(1260)$	$1^-(1^{++})$
• $f_2(1270)$	$0^+(2^{++})$
• $f_1(1285)$	$0^+(1^{++})$
• $\eta(1295)$	$0^+(0^{-+})$
• $\pi(1300)$	$1^-(0^{-+})$
• $a_2(1320)$	$1^-(2^{++})$
• $f_0(1370)$	$0^+(0^{++})$
$h_1(1380)$	$?^-(1^{+-})$
• $\pi_1(1400)$	$1^-(1^{-+})$
• $\eta(1405)$	$0^+(0^{-+})$
• $f_1(1420)$	$0^+(1^{++})$
• $\omega(1420)$	$0^-(1^{--})$
$f_2(1430)$	$0^+(2^{++})$
• $a_0(1450)$	$1^-(0^{++})$
• $\rho(1450)$	$1^+(1^{--})$
• $\eta(1475)$	$0^+(0^{-+})$
• $f_0(1500)$	$0^+(0^{++})$
$f_1(1510)$	$0^+(1^{++})$
• $f_2'(1525)$	$0^+(2^{++})$
$f_2(1565)$	$0^+(2^{++})$
$\rho(1570)$	$1^+(1^{--})$
$h_1(1595)$	$0^-(1^{+-})$
• $\pi_1(1600)$	$1^-(1^{-+})$
$a_1(1640)$	$1^-(1^{++})$
$f_2(1640)$	$0^+(2^{++})$
• $\eta_2(1645)$	$0^+(2^{-+})$
• $\omega(1650)$	$0^-(1^{--})$
• $\omega_3(1670)$	$0^-(3^{--})$
• $\pi_2(1670)$	$1^-(2^{-+})$
• $\phi(1680)$	$0^-(1^{--})$
• $\rho_3(1690)$	$1^+(3^{--})$
• $\rho(1700)$	$1^+(1^{--})$
$a_2(1700)$	$1^-(2^{++})$
• $f_0(1710)$	$0^+(0^{++})$
$\eta(1760)$	$0^+(0^{-+})$
• $\pi(1800)$	$1^-(0^{-+})$
$f_2(1810)$	$0^+(2^{++})$
$X(1835)$	$?^?(?^{-+})$
• $\phi_3(1850)$	$0^-(3^{--})$
$\eta_2(1870)$	$0^+(2^{-+})$
• $\pi_2(1880)$	$1^-(2^{-+})$
$\rho(1900)$	$1^+(1^{--})$
$f_2(1910)$	$0^+(2^{++})$
• $f_2(1950)$	$0^+(2^{++})$
$\rho_3(1990)$	$1^+(3^{--})$
• $f_2(2010)$	$0^+(2^{++})$
$f_0(2020)$	$0^+(0^{++})$
• $a_4(2040)$	$1^-(4^{++})$
• $f_4(2050)$	$0^+(4^{++})$
$\pi_2(2100)$	$1^-(2^{-+})$
$f_0(2100)$	$0^+(0^{++})$
$f_2(2150)$	$0^+(2^{++})$
$\rho(2150)$	$1^+(1^{--})$
$\phi(2170)$	$0^-(1^{--})$
$f_0(2200)$	$0^+(0^{++})$
$f_J(2220)$	$0^+(2^{++}$ or $4^{++})$
$\eta(2225)$	$0^+(0^{-+})$
$\rho_3(2250)$	$1^+(3^{--})$
• $f_2(2300)$	$0^+(2^{++})$
$f_4(2300)$	$0^+(4^{++})$
$f_0(2330)$	$0^+(0^{++})$
• $f_2(2340)$	$0^+(2^{++})$
$\rho_5(2350)$	$1^+(5^{--})$
$a_6(2450)$	$1^-(6^{++})$
$f_6(2510)$	$0^+(6^{++})$

OTHER LIGHT

Further States

STRANGE ($S = \pm1$, $C = B = 0$)

	$I(J^P)$
• $K^\pm$	$1/2(0^-)$
• K^0	$1/2(0^-)$
• K^0_S	$1/2(0^-)$
• K^0_L	$1/2(0^-)$
$K_0^*(800)$	$1/2(0^+)$
• $K^*(892)$	$1/2(1^-)$
• $K_1(1270)$	$1/2(1^+)$
• $K_1(1400)$	$1/2(1^+)$
• $K^*(1410)$	$1/2(1^-)$
• $K_0^*(1430)$	$1/2(0^+)$
• $K_2^*(1430)$	$1/2(2^+)$
$K(1460)$	$1/2(0^-)$
$K_2(1580)$	$1/2(2^-)$
$K(1630)$	$1/2(?^?)$
$K_1(1650)$	$1/2(1^+)$
• $K^*(1680)$	$1/2(1^-)$
• $K_2(1770)$	$1/2(2^-)$
• $K_3^*(1780)$	$1/2(3^-)$
• $K_2(1820)$	$1/2(2^-)$
$K(1830)$	$1/2(0^-)$
$K_0^*(1950)$	$1/2(0^+)$
$K_2^*(1980)$	$1/2(2^+)$
• $K_4^*(2045)$	$1/2(4^+)$
$K_2(2250)$	$1/2(2^-)$
$K_3(2320)$	$1/2(3^+)$
$K_5^*(2380)$	$1/2(5^-)$
$K_4(2500)$	$1/2(4^-)$
$K(3100)$	$?^?(?^{??})$

CHARMED ($C = \pm1$)

• $D^\pm$	$1/2(0^-)$
• D^0	$1/2(0^-)$
• $D^*(2007)^0$	$1/2(1^-)$
• $D^*(2010)^\pm$	$1/2(1^-)$
$D_0^*(2400)^0$	$1/2(0^+)$
$D_0^*(2400)^\pm$	$1/2(0^+)$
• $D_1(2420)^0$	$1/2(1^+)$
$D_1(2420)^\pm$	$1/2(?^?)$
$D_1(2430)^0$	$1/2(1^+)$
• $D_2^*(2460)^0$	$1/2(2^+)$
• $D_2^*(2460)^\pm$	$1/2(2^+)$
$D^*(2640)^\pm$	$1/2(?^?)$

CHARMED, STRANGE ($C = S = \pm1$)

	$I(J^P)$
• $D_s^\pm$	$0(0^-)$
• $D_s^{*\pm}$	$0(?^?)$
• $D_{s0}^*(2317)^\pm$	$0(0^+)$
• $D_{s1}(2460)^\pm$	$0(1^+)$
• $D_{s1}(2536)^\pm$	$0(1^+)$
• $D_{s2}(2573)^\pm$	$0(?^?)$
$D_{s1}(2700)^\pm$	$0(1^-)$

BOTTOM ($B = \pm1$)

• $B^\pm$	$1/2(0^-)$
• B^0	$1/2(0^-)$
• $B^\pm/B^0$ ADMIXTURE	
• $B^\pm/B^0/B^0_s/b$-baryon ADMIXTURE	
V_{cb} and V_{ub} CKM Matrix Elements	
• B^*	$1/2(1^-)$
$B_J^*(5732)$	$?(?^?)$
• $B_1(5721)^0$	$1/2(1^+)$
• $B_2^*(5747)^0$	$1/2(2^+)$

BOTTOM, STRANGE ($B = \pm1$, $S = \mp1$)

• B^0_s	$0(0^-)$
• B^*_s	$0(1^-)$
• $B_{s1}(5830)^0$	$1/2(1^+)$
• $B_{s2}^*(5840)^0$	$1/2(2^+)$
$B_{sJ}^*(5850)$	$?(?^?)$

BOTTOM, CHARMED ($B = C = \pm1$)

• $B_c^\pm$	$0(0^-)$

$c\overline{c}$

	$I^G(J^{PC})$
• $\eta_c(1S)$	$0^+(0^{-+})$
• $J/\psi(1S)$	$0^-(1^{--})$
• $\chi_{c0}(1P)$	$0^+(0^{++})$
• $\chi_{c1}(1P)$	$0^+(1^{++})$
• $h_c(1P)$	$?^?(1^{+-})$
• $\chi_{c2}(1P)$	$0^+(2^{++})$
• $\eta_c(2S)$	$0^+(0^{-+})$
• $\psi(2S)$	$0^-(1^{--})$
• $\psi(3770)$	$0^-(1^{--})$
• $X(3872)$	$0^?(?^{?+})$
$\chi_{c2}(2P)$	$0^+(2^{++})$
$X(3940)$	$?^?(?^{??})$
• $X(3945)$	$?^?(?^{?+})$
• $\psi(4040)$	$0^-(1^{--})$
• $\psi(4160)$	$0^-(1^{--})$
$X(4160)$	$?^?(?^{??})$
• $X(4260)$	$?^?(1^{--})$
$X(4360)$	$?^?(1^{--})$
• $\psi(4415)$	$0^-(1^{--})$
$X(4660)$	$?^?(1^{--})$

$b\overline{b}$

$\eta_b(1S)$	$0^+(0^{-+})$
• $\Upsilon(1S)$	$0^-(1^{--})$
• $\chi_{b0}(1P)$	$0^+(0^{++})$
• $\chi_{b1}(1P)$	$0^+(1^{++})$
• $\chi_{b2}(1P)$	$0^+(2^{++})$
• $\Upsilon(2S)$	$0^-(1^{--})$
$\Upsilon(1D)$	$0^-(2^{--})$
• $\chi_{b0}(2P)$	$0^+(0^{++})$
• $\chi_{b1}(2P)$	$0^+(1^{++})$
• $\chi_{b2}(2P)$	$0^+(2^{++})$
• $\Upsilon(3S)$	$0^-(1^{--})$
• $\Upsilon(4S)$	$0^-(1^{--})$
• $\Upsilon(10860)$	$0^-(1^{--})$
• $\Upsilon(11020)$	$0^-(1^{--})$

NON-$q\overline{q}$ CANDIDATES

NON-$q\overline{q}$ CANDIDATES

Baryon Summary Table

This short table gives the name, the quantum numbers (where known), and the status of baryons in the Review. Only the baryons with 3- or 4-star status are included in the main Baryon Summary Table. Due to insufficient data or uncertain interpretation, the other entries in the short table are not established baryons. The names with masses are of baryons that decay strongly. For N, Δ, and Ξ resonances, the πN partial wave is indicated by the symbol $L_{2I,2J}$, where L is the orbital angular momentum (S, P, D, ...), I is the isospin, and J is the total angular momentum. For Λ and Σ resonances, the $\overline{K}N$ partial wave is labeled $L_{I,2J}$. The nucleon is a pole in the P_{11} wave, and similar comments apply to the Λ and Σ.

p	P_{11}	****
n	P_{11}	****
$N(1440)$	P_{11}	****
$N(1520)$	D_{13}	****
$N(1535)$	S_{11}	****
$N(1650)$	S_{11}	****
$N(1675)$	D_{15}	****
$N(1680)$	F_{15}	****
$N(1700)$	D_{13}	***
$N(1710)$	P_{11}	***
$N(1720)$	P_{13}	****
$N(1900)$	P_{13}	**
$N(1990)$	F_{17}	**
$N(2000)$	F_{15}	**
$N(2080)$	D_{13}	**
$N(2090)$	S_{11}	*
$N(2100)$	P_{11}	*
$N(2190)$	G_{17}	****
$N(2200)$	D_{15}	**
$N(2220)$	H_{19}	****
$N(2250)$	G_{19}	****
$N(2600)$	$I_{1,11}$	***
$N(2700)$	$K_{1,13}$	**

$\Delta(1232)$	P_{33}	****
$\Delta(1600)$	P_{33}	***
$\Delta(1620)$	S_{31}	****
$\Delta(1700)$	D_{33}	****
$\Delta(1750)$	P_{31}	*
$\Delta(1900)$	S_{31}	**
$\Delta(1905)$	F_{35}	****
$\Delta(1910)$	P_{31}	****
$\Delta(1920)$	P_{33}	***
$\Delta(1930)$	D_{35}	***
$\Delta(1940)$	D_{33}	*
$\Delta(1950)$	F_{37}	****
$\Delta(2000)$	F_{35}	**
$\Delta(2150)$	S_{31}	*
$\Delta(2200)$	G_{37}	*
$\Delta(2300)$	H_{39}	**
$\Delta(2350)$	D_{35}	*
$\Delta(2390)$	F_{37}	*
$\Delta(2400)$	G_{39}	**
$\Delta(2420)$	$H_{3,11}$	****
$\Delta(2750)$	$I_{3,13}$	**
$\Delta(2950)$	$K_{3,15}$	**

Λ	P_{01}	****
$\Lambda(1405)$	S_{01}	****
$\Lambda(1520)$	D_{03}	****
$\Lambda(1600)$	P_{01}	***
$\Lambda(1670)$	S_{01}	****
$\Lambda(1690)$	D_{03}	****
$\Lambda(1800)$	S_{01}	***
$\Lambda(1810)$	P_{01}	***
$\Lambda(1820)$	F_{05}	****
$\Lambda(1830)$	D_{05}	****
$\Lambda(1890)$	P_{03}	****
$\Lambda(2000)$		*
$\Lambda(2020)$	F_{07}	*
$\Lambda(2100)$	G_{07}	****
$\Lambda(2110)$	F_{05}	***
$\Lambda(2325)$	D_{03}	*
$\Lambda(2350)$	H_{09}	***
$\Lambda(2585)$		**

Σ^+	P_{11}	****
Σ^0	P_{11}	****
Σ^-	P_{11}	****
$\Sigma(1385)$	P_{13}	****
$\Sigma(1480)$		*
$\Sigma(1560)$		**
$\Sigma(1580)$	D_{13}	*
$\Sigma(1620)$	S_{11}	**
$\Sigma(1660)$	P_{11}	***
$\Sigma(1670)$	D_{13}	****
$\Sigma(1690)$		**
$\Sigma(1750)$	S_{11}	***
$\Sigma(1770)$	P_{11}	*
$\Sigma(1775)$	D_{15}	****
$\Sigma(1840)$	P_{13}	*
$\Sigma(1880)$	P_{11}	**
$\Sigma(1915)$	F_{15}	****
$\Sigma(1940)$	D_{13}	***
$\Sigma(2000)$	S_{11}	*
$\Sigma(2030)$	F_{17}	****
$\Sigma(2070)$	F_{15}	*
$\Sigma(2080)$	P_{13}	**
$\Sigma(2100)$	G_{17}	*
$\Sigma(2250)$		***
$\Sigma(2455)$		**
$\Sigma(2620)$		**
$\Sigma(3000)$		*
$\Sigma(3170)$		*

Ξ^0	P_{11}	****
Ξ^-	P_{11}	****
$\Xi(1530)$	P_{13}	****
$\Xi(1620)$		*
$\Xi(1690)$		***
$\Xi(1820)$	D_{13}	***
$\Xi(1950)$		***
$\Xi(2030)$		***
$\Xi(2120)$		*
$\Xi(2250)$		**
$\Xi(2370)$		**
$\Xi(2500)$		*
Ω^-		****
$\Omega(2250)^-$		***
$\Omega(2380)^-$		**
$\Omega(2470)^-$		**

Λ_c^+	****
$\Lambda_c(2595)^+$	***
$\Lambda_c(2625)^+$	***
$\Lambda_c(2765)^+$	*
$\Lambda_c(2880)^+$	***
$\Lambda_c(2940)^+$	***
$\Sigma_c(2455)$	****
$\Sigma_c(2520)$	***
$\Sigma_c(2800)$	***
Ξ_c^+	***
Ξ_c^0	***
$\Xi_c^{\prime+}$	***
$\Xi_c^{\prime0}$	***
$\Xi_c(2645)$	***
$\Xi_c(2790)$	***
$\Xi_c(2815)$	***
$\Xi_c(2930)$	*
$\Xi_c(2980)$	***
$\Xi_c(3055)$	**
$\Xi_c(3080)$	***
$\Xi_c(3123)$	*
Ω_c^0	***
$\Omega_c(2770)^0$	***
Ξ_{cc}^+	*
Λ_b^0	***
Σ_b	***
Σ_b^*	***
Ξ_b^0, Ξ_b^-	***
Ω_b^-	***

**** Existence is certain, and properties are at least fairly well explored.

*** Existence ranges from very likely to certain, but further confirmation is desirable and/or quantum numbers, branching fractions, etc. are not well determined.

** Evidence of existence is only fair.

* Evidence of existence is poor.

数学におけるQCDの位置づけ

QCDにおけるカラーの閉じ込めなどの
非摂動効果の解析的証明は
数学的にも極めて重要な超難問

QCDには100万ドルの懸賞金が掛けられている

クォーク質量がゼロまたは無限大という理想化されたQCDは, パラメータを全く含まない純粋な数学的理論であり, その数理科学的解法は 数学上の重要な課題にもなっている. 実際, QCDの数学的解法は, “ヤン・ミルズ方程式の質量ギャップ問題”として, リーマン予想, BSD予想, P≠NP問題, ホッジ予想, ポアンカレ予想, ナビエ・ストークス方程式の解の存在問題と共にミレニアムの7問題の1つとして, クレー数学研究所から100万ドルの懸賞金がかけられている.

天才ペレリマンによる証明

クォークの閉じ込めが証明された!?

Confinement for all values of the coupling in four-dimensional SU(2) gauge theory

この“証明法”には、SU(2)ゲージ理論とU(1)ゲージ理論とを区別する枠組みがない

E. T. Tomboulis[1]
Department of Physics, UCLA, Los Angeles, CA 90095-1547

↓

この“証明”では、U(1) ゲージ理論でも閉じ込めが起きてしまう

Abstract

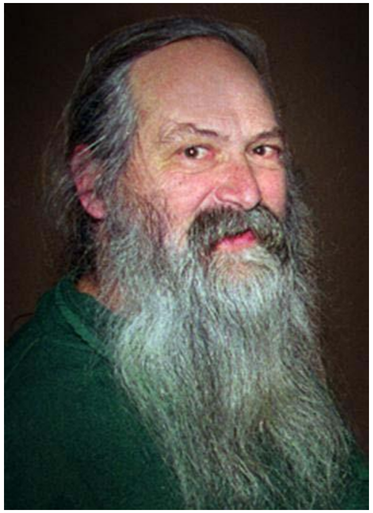
A derivation is given from first principles of the fact that the SU(2) gauge theory is in a confining phase for all values of the coupling $0 < g < \infty$ defined at lattice spacing (UV regulator) a, and space-time dimension $d \leq 4$. The strategy is to employ approximate RG decimation transformations of the potential moving type which give both upper and lower bounds on the partition function at each successive decimation step. By interpolation between these bounds an exact representation of the partition function is obtained on progressively coarser lattices. In the same manner, one obtains a representation of the partition function in the presence of external center flux. Under successive decimations the flow of the effective action in these representations is constrained by that in the upper and lower bounds which are easily explicitly computable. Confining behavior for the vortex free energy order parameter (ratio of partition functions with and without external flux), hence 'area law' for the Wilson loop, is the result for any initial coupling. Keeping the string tension fixed determines the dependence $g(a)$, which is such that $g(a) \to 0$ for $a \to 0$.

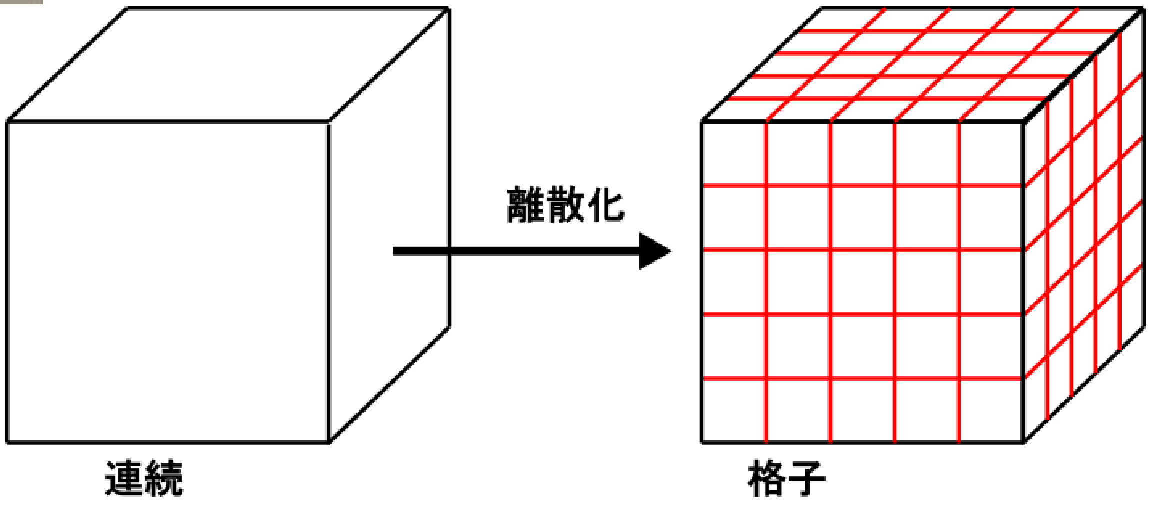
伊藤ら、金澤らの反論論文参照

Lattice QCD

格子ゲージ理論～非摂動的解析の標準的理論

Kenneth Wilson による定式化 (1974)
Creutz による数値計算の成功 (1980)

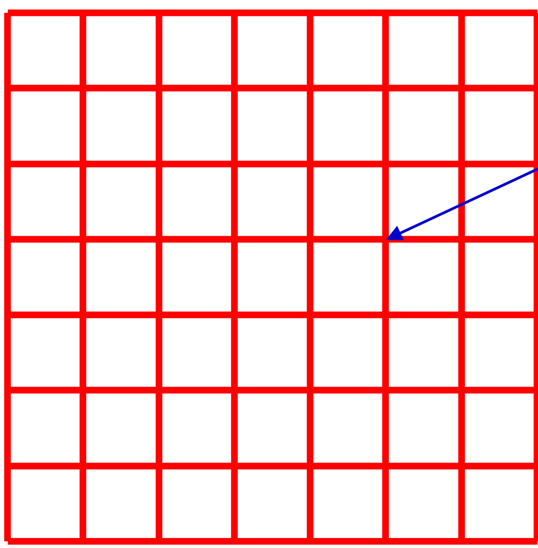




格子QCD：強い相互作用の第一原理計算

格子QCD計算：有限サイズの時空を考え
時空の“代表点”を格子上に取ることにより
無限重積分であるQCDの経路積分を数百万重積分程度の
有限重積分に近似し それを数値的に評価する

（例）格子サイズが 16^4 の格子QCDでは、
グルーオン場 $A_\mu^a(x)$ の自由度の数は $16^4 \times 4 \times 8 = 2{,}097{,}152$ であり、
従って グルーオン場のみのQCDの経路積分でも 約200万重積分 で表される



離散化された時空の各代表点に場を定義して
全てのとりうる場の配位に関して和をとることで
QCDの経路積分を数値的に評価する

$$A_\mu^a(x) \rightarrow A_\mu^a(x_n)$$

時空の方向
$\mu=0,1,2,3$

カラーの添字
$a=1,2,\ldots,8$

時空の代表点の数
（格子上の点の数）

格子QCDモンテカルロ計算

ユークリッド化：$t \rightarrow -it$（虚時間の導入）

ウィルソンらによる定式化 (1974)
クロイツによる数値計算の成功 (1980)

ユークリッド時空でのQCDの生成汎関数

$$Z_{QCD} = \int \underbrace{DqD\bar{q}DA}\ e^{-S_{QCD}[q,\bar{q},A]}$$

取り得る全ての状態の総和

“指数関数部分”を確率的な重みの因子とみなす

被積分関数の“指数関数部分”を確率的な重みの因子とする
モンテカルロ計算を行ない QCDの生成関数を数値的に評価する
（作用部分を確率とみなす点で ユークリッド計量の使用は本質的）

（オプション：有限温度でのQCDへの拡張も可能）

比較　統計物理学での分配関数：$Z = \mathrm{Tr}\ e^{-H/T} = \sum_n e^{-E_n/T}$

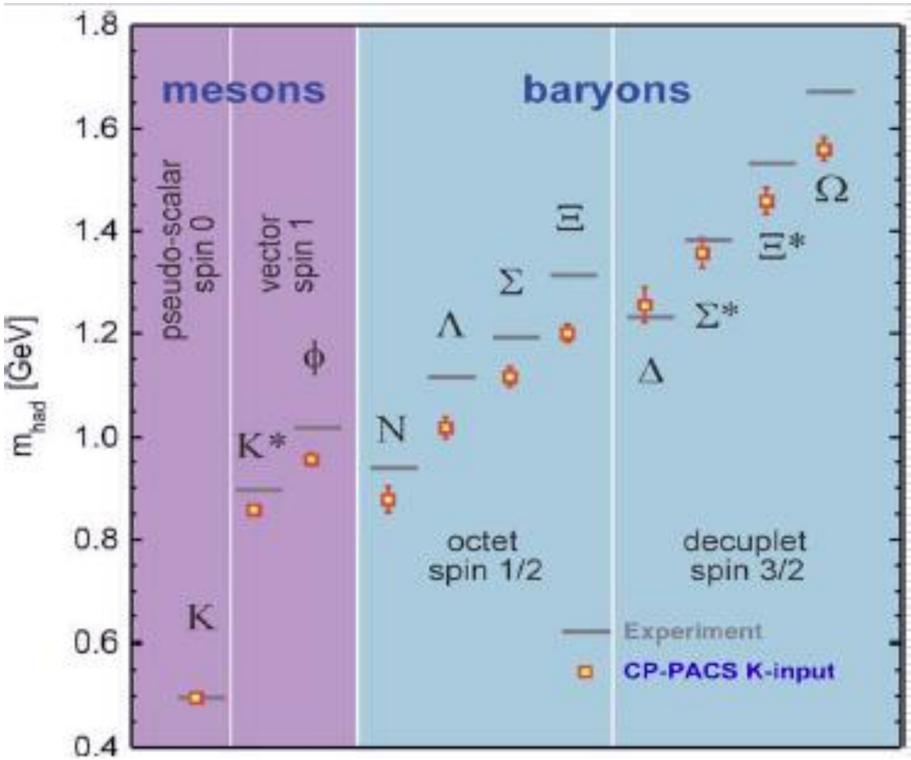
NEC-SX8 @ RCNP

PACS-CS @ Tsukuba

These SuperComputers eneable us to calculate several milion multiple integral

BlueGene/L @ KEK

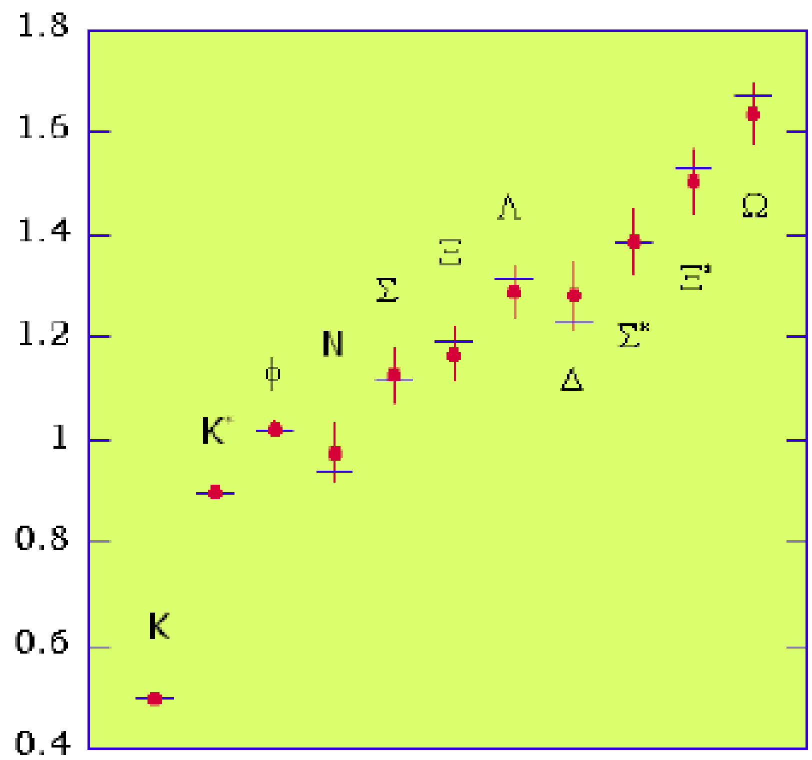
格子QCDでのハドロン質量の計算例



CP-PACS

Quenched QCD

(クォーク・反クォーク対の生成・消滅を無視)



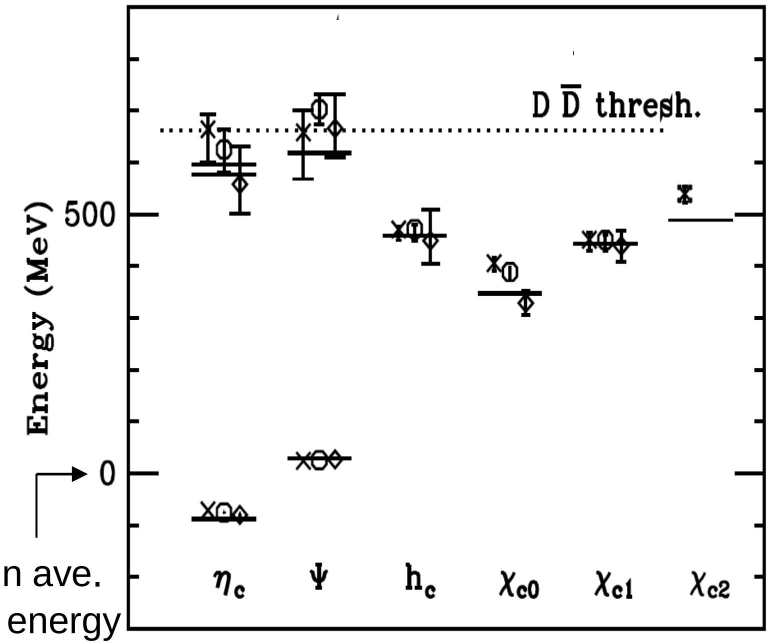
S.Aoki et al.

Full QCD

それぞれの量子状態(spin, isospin, strangeness)に対して
基底状態のハドロン質量は格子QCD計算で精度良く再現される

格子QCDでのハドロンとグルーボールの質量の計算例

Charmed Hadrons



N_f= 2+1, staggered sea-quarks, 16^3x48, 20^3x64, 28^3x96
a = 0.18, 0.12, 0.086 fm, L= 2.8, 2.4, 2.4 fm

MILC Coll., PoS (LAT2005) 203 [hep-lat/0510072]

Glueball Spectrum

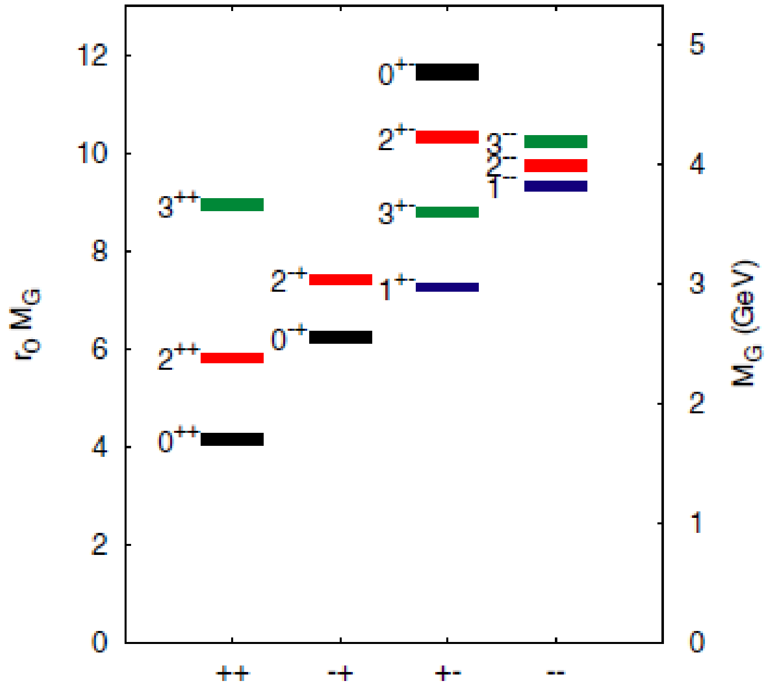


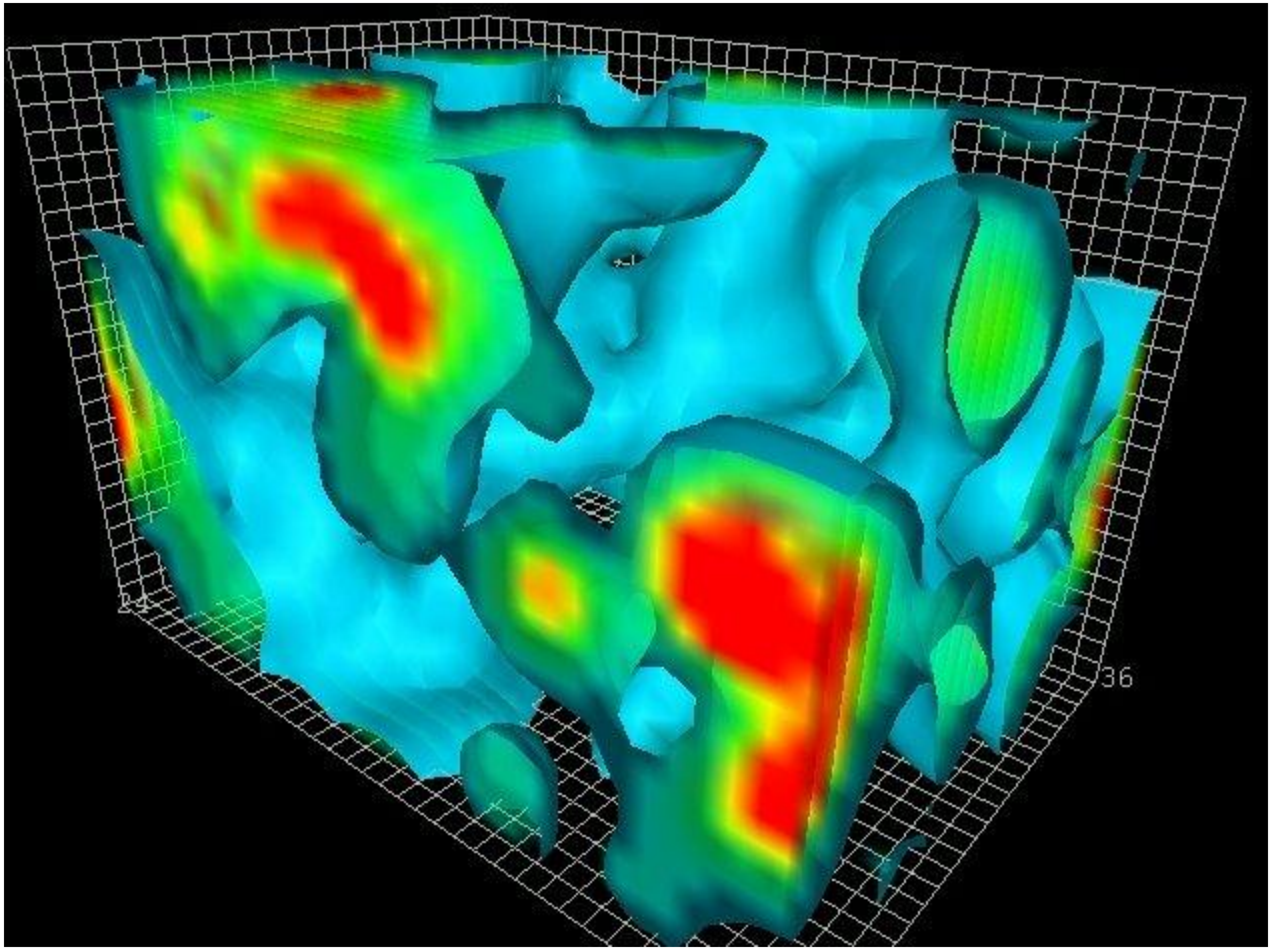
FIG. 16 (color online). The mass spectrum of glueballs in the pure $SU(3)$ gauge theory. The masses are given both in terms of r_0 (r_0^{-1} = 410 MeV) and in GeV. The height of each colored box indicates the statistical uncertainty of the mass.

C. Morningstar et al., PRD (2006)

Charmed hadron の質量も格子QCD計算で再現される
グルーボールの質量が理論的に予言されている

QCDの非可換性⇒QCDの非線形性
⇒Euclidean QCD は「4次元時空のソリトン解」を持つ
⇒真空の非自明な構造

格子QCDで計算されたインスタントンの様相



D. Leinweber

2. Chiral Symmetry Breaking
に関する overview と諸研究

PHYSICAL REVIEW VOLUME 122, NUMBER 1 APRIL 1, 1961

Dynamical Model of Elementary Particles Based on an Analogy with Superconductivity. I*

Y. NAMBU AND G. JONA-LASINIO†
The Enrico Fermi Institute for Nuclear Studies and the Department of Physics, The University of Chicago, Chicago, Illinois
(Received October 27, 1960)

It is suggested that the nucleon mass arises largely as a self-energy of some primary fermion field through the same mechanism as the appearance of energy gap in the theory of superconductivity. The idea can be put into a mathematical formulation utilizing a generalized Hartree-Fock approximation which regards real nucleons as quasi-particle excitations. We consider a simplified model of nonlinear four-fermion interaction which allows a γ_5-gauge group. An interesting consequence of the symmetry is that there arise automatically pseudoscalar zero-mass bound states of nucleon-antinucleon pair which may be regarded as an idealized pion. In addition, massive bound states of nucleon number zero and two are predicted in a simple approximation.

The theory contains two parameters which can be explicitly related to observed nucleon mass and the pion-nucleon coupling constant. Some paradoxical aspects of the theory in connection with the γ_5 transformation are discussed in detail.

南部陽一郎博士，2008年ノーベル物理学賞受賞

QCDにおけるカイラル対称性

$$L_{QCD} = -\frac{1}{2}\mathrm{tr}\,(G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}) + \bar{q}\,(i\gamma_\mu D^\mu - m)\,q$$

質量項を除くと L_{QCD} は、大域的なカイラル変換 に対して不変

$U(N_f)_L \times U(N_f)_R = \underline{SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R} \times U(1)_V \times U(1)_A$

$SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R$

$$\begin{cases} q_R \to \exp(i\theta_R{}^a T^a) q_R \\ q_L \to \exp(i\theta_L{}^a T^a) q_L \end{cases}$$

(T^a : フレーバーSU(N_f)の生成子)

exact に成立
～クォーク数保存

ゲージ場とcoupleする
フェルミオンの
path integral measure
により顕わに破れる
~ $U(1)_A$ アノマリー

ベクトル型の$SU(N_f)_V$ にまで自発的に破れる

フレーバー対称性

$$Z_{QCD} = \int DqD\bar{q}DA\; e^{iS_{QCD}[q,\bar{q},A]}$$

Witten-Veneziano 関係式 $m_{\eta'}^2 = \frac{2N_f}{f^2}\chi$

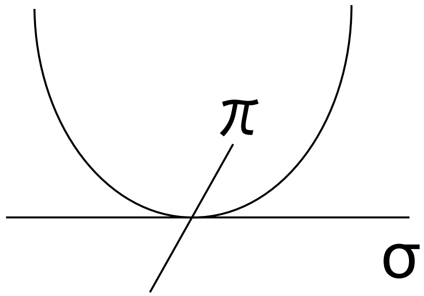
トポロジカル感受率→η' の質量

※ m_u, m_d =2~6MeV ≪ Λ_{QCD} = 200~300MeV
u, d クォークに関してはカイラル対称性は良い

カイラル対称性の自発的破れ

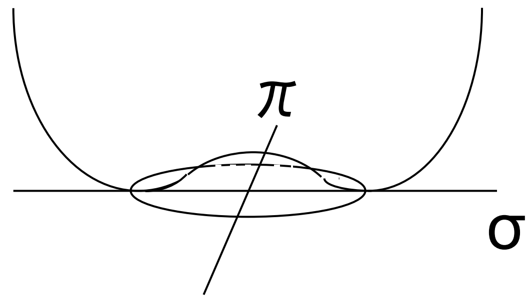
Wigner-Weyl 相

カイラル対称性な相



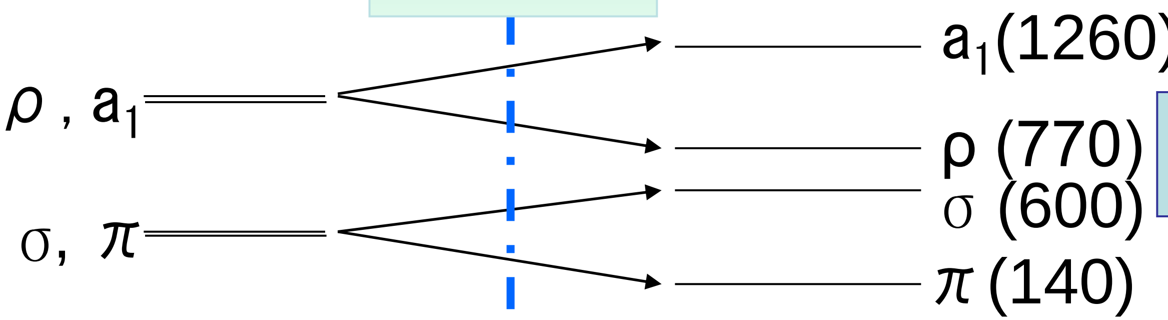
Nambu-Goldstone 相

カイラル対称性が自発的に破れた相



Hadrons

パリティ2重項として存在



パリティ2重項の縮退がとける

Quarks

$$m_u, m_d = 2 \sim 6\,\mathrm{MeV}$$

u, d のカレントクォーク質量 は数 MeV

$$\langle \bar{q}q \rangle \simeq 0$$

$$M_u, M_d = 300 \sim 400\,\mathrm{MeV}$$

u, d クォークの有効質量は 300MeV 程度

$$\langle \bar{q}q \rangle \neq 0$$

QCDの非摂動的現象：カイラル対称性の自発的破れ

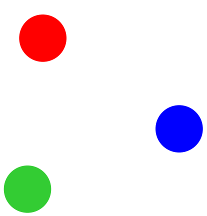
低エネルギー領域での強結合性

↓

非摂動的現象：摂動論を超えた現象～真空が変質

カイラル対称性の自発的破れ～<$\bar{q}q$>=－$(250\mathrm{MeV})^3$

QCD



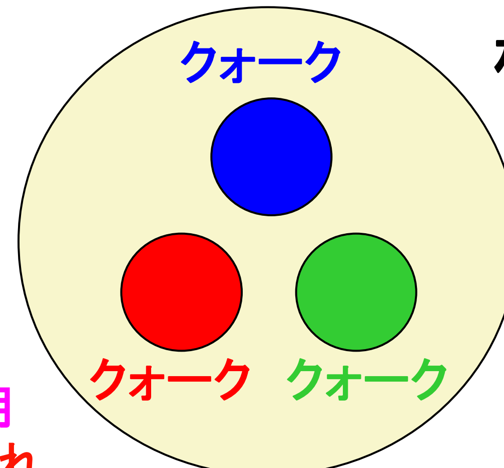
QCD に現れる
アップ･ダウン クォーク
の質量は数MeV

↑
電弱統一理論での
ヒッグス場との相互作用
により生じる

⇒

QCDの非摂動的相互作用
カイラル対称性の自発的破れ

核子



ハドロンを構成するアップ･ダウン
クォークの質量は350MeV程度

（ダークマター等を除くと）この世界の質量の大部分は QCDの相互作用により生じている

カイラル対称性の自発的破れに基づく理論

低エネルギー定理

☆ カイラル対称性の自発的破れから模型に依らず成立
☆ 低エネルギーでのみ成立
☆ NGボゾンに関連する物理量のみ

・カレント代数 (PCAC)
・Goldberger-Treiman 関係式 $g_{\pi N} f_\pi = m_N g_A$
・Gell-Mann-Oaks-Renner 関係式 $m_\pi^2 f_\pi^2 = -2m_q \langle \bar{q} q \rangle$

・・・・

理論の大枠でありQCDでなくても成立

↓

カイラル摂動論

Gasser-Leutwyler

☆"chiral sym.+ 微分展開"を基調とした systematic な展開法
☆ 低エネルギーで有効 $(|p| \ll 4\pi f_\pi \sim 1\mathrm{GeV})$
☆ 現象論的(多数のパラメータを含み、それらは実験的に決める)

・理論の大枠でありQCDでなくても成立
・QCDの性質は、"理論のパラメータの値" という形で間接的に反映される

カイラル対称性の自発的破れに基いた有効模型

カイラル有効模型
・南部・ジョナラシニオ(NJL)模型
・線型/非線形シグマ模型
・Hidden-Local-Symmetry 模型
・カイラル・バッグ模型
・カイラル・クォーク模型 ← インスタントン
・スキルム・ウィッテン模型 ← Large Nc
・カイラル・ランダム行列理論 ・・・・

・QCDが解析的には解けない以上、これらの有効模型を用いた強相関多体系の解析的な研究は有用な方法である。〔80年代、国広・初田らが先駆〕
・但し、これらの有効模型はQCDから近似的にすら導出できてない。従って、実際のQCDとの関連性は不明確。
〔cf. QCDとの対応が明確なホログラフィックQCDは有望な理論〕

そもそもQCDにおいてカイラル対称性が自発的に破れることを解析的には証明できていない

Unbroken Symmetry について

ベクトル型の対称性、U(N_f)フレーバー対称性は自発的に破れない

思考実験: N_f 種類のクォークの質量が大きく かつ 縮退している場合を考える。

もし、SU(N_f)フレーバー対称性が自発的に破れると、南部・ゴールドストーンの定理により、質量ゼロのボゾンが必然的に現れる。

しかし、これは、大きな質量のクォーク対から
"ゼロ質量の束縛状態"が生じることになり、物理的には考えにくい
～ 質量持続条件(persistent mass condition)

伝播関数に対する考察からのより厳密な証明(Vafa-Witten)

自発的に破れ得るのはU(N_f)$_A$カイラル対称性の部分のみ

QCDとカイラル凝縮との対応関係

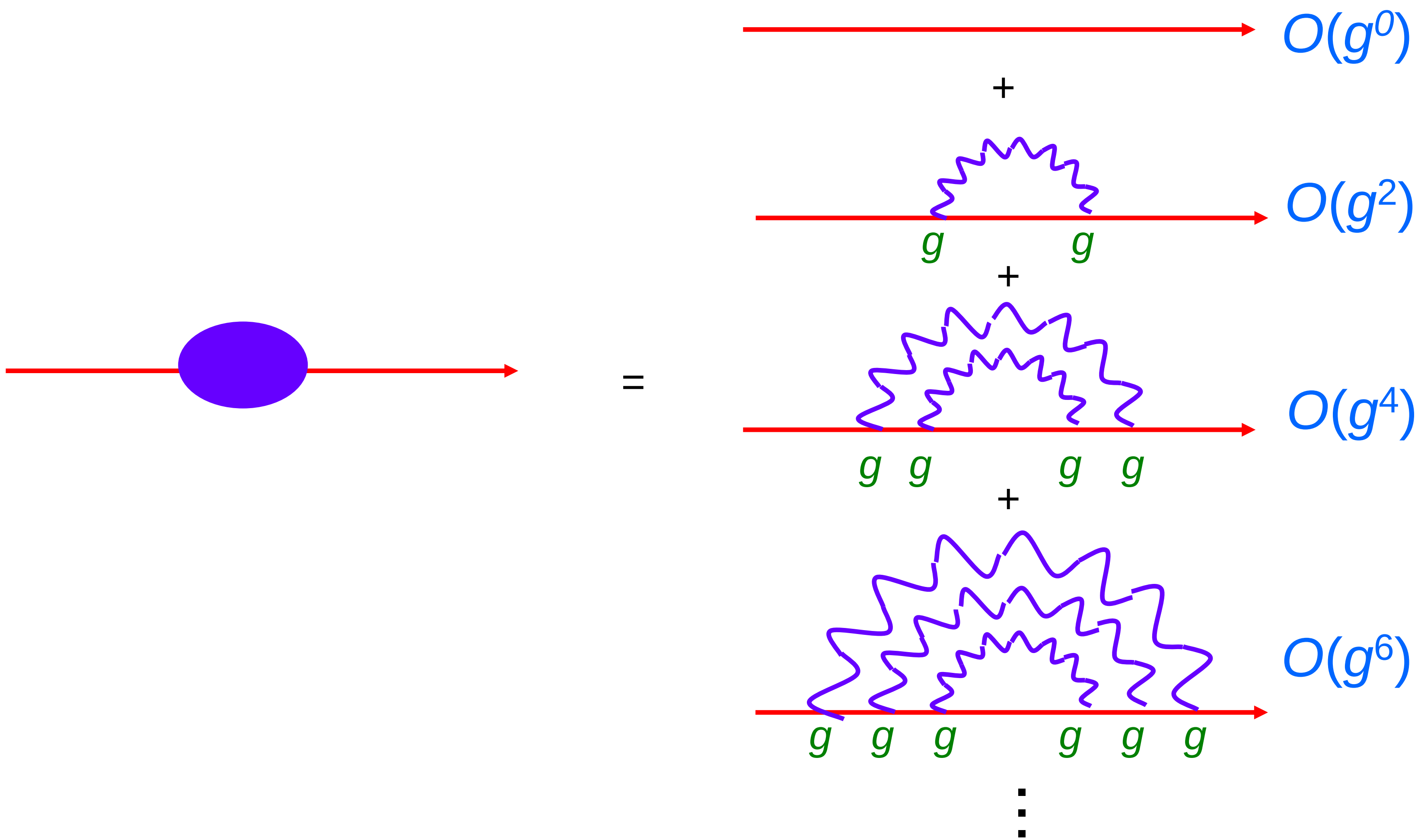
Banks-Casher 関係式

$$\boxed{\Sigma \equiv \left|\langle \bar{q} q \rangle\right| = \lim_{V\to\infty} \frac{\pi}{V} \langle \rho(0) \rangle_V}$$

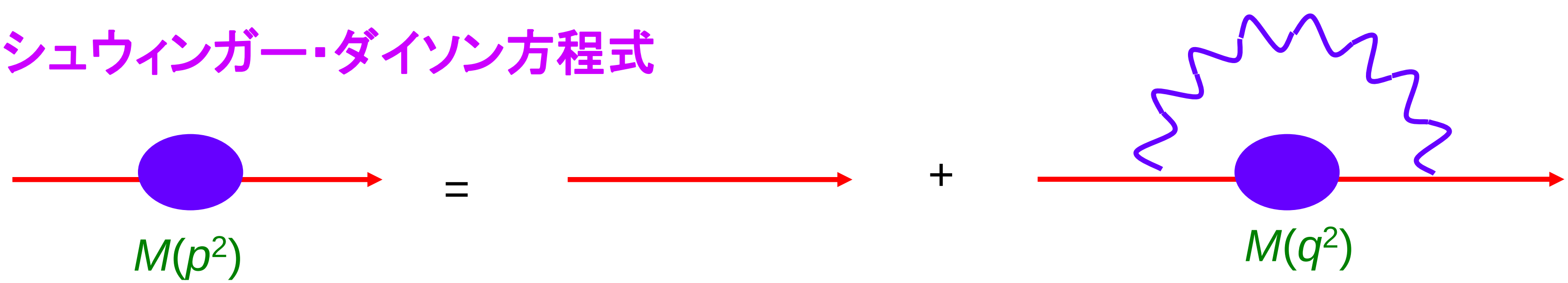
$$\rho(\lambda) = \left\langle \sum_k (\lambda - \lambda_k) \right\rangle$$ **:QCD Dirac operator の固有値密度**

Dirac operatorのゼロ固有値密度 ⇒ カイラル凝縮

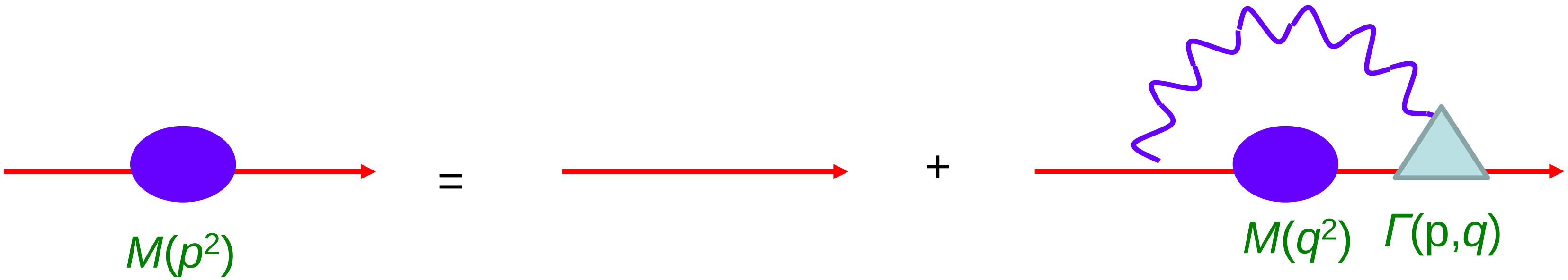
非摂動的な取り扱い：無限次までの足し上げ



シュウィンガー・ダイソン方程式



クォーク場に対するシュウィンガー・ダイソン方程式



シュウィンガー・ダイソン方程式：
クォーク質量関数 $M(p^2)$ 等に対する非線形の積分方程式
※ 無限個の連立積分方程式 ⇒ 実際は truncate して解く

$$S^{-1}(p) = S_0^{-1} + C_F g^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \gamma_\mu S(q) D_{\mu\nu}(p-q) \Gamma_\nu(p,q)$$

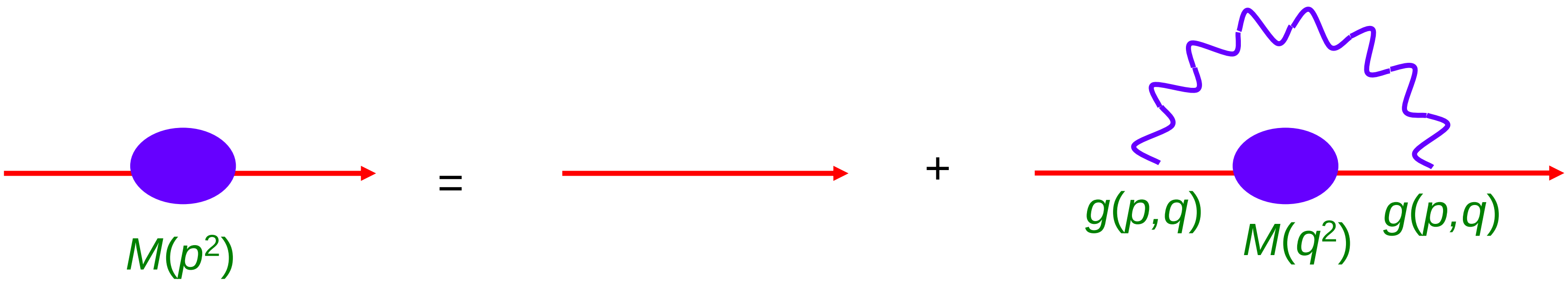
クォークの伝搬関数

$$S(p) = \frac{Z(p^2)}{\gamma_\mu p^\mu + M(p^2)}$$

$M(p^2)$: **クォーク質量関数**

$Z(p^2)$: **クォーク波動関数に対するくりこみ因子**

東島・ミランスキー



QCDの繰り込み群を考慮したSchwinger-Dyson eq. （ランダウ・ゲージ）

→ クォーク質量関数 $M(p^2)$に対する解析的計算

→ **クォーク質量の動的生成**: $M(p^2 \sim 0) \sim 300\mathrm{MeV}$

カイラル凝縮: $\langle \bar{q}q \rangle = -(250\mathrm{MeV})^3$

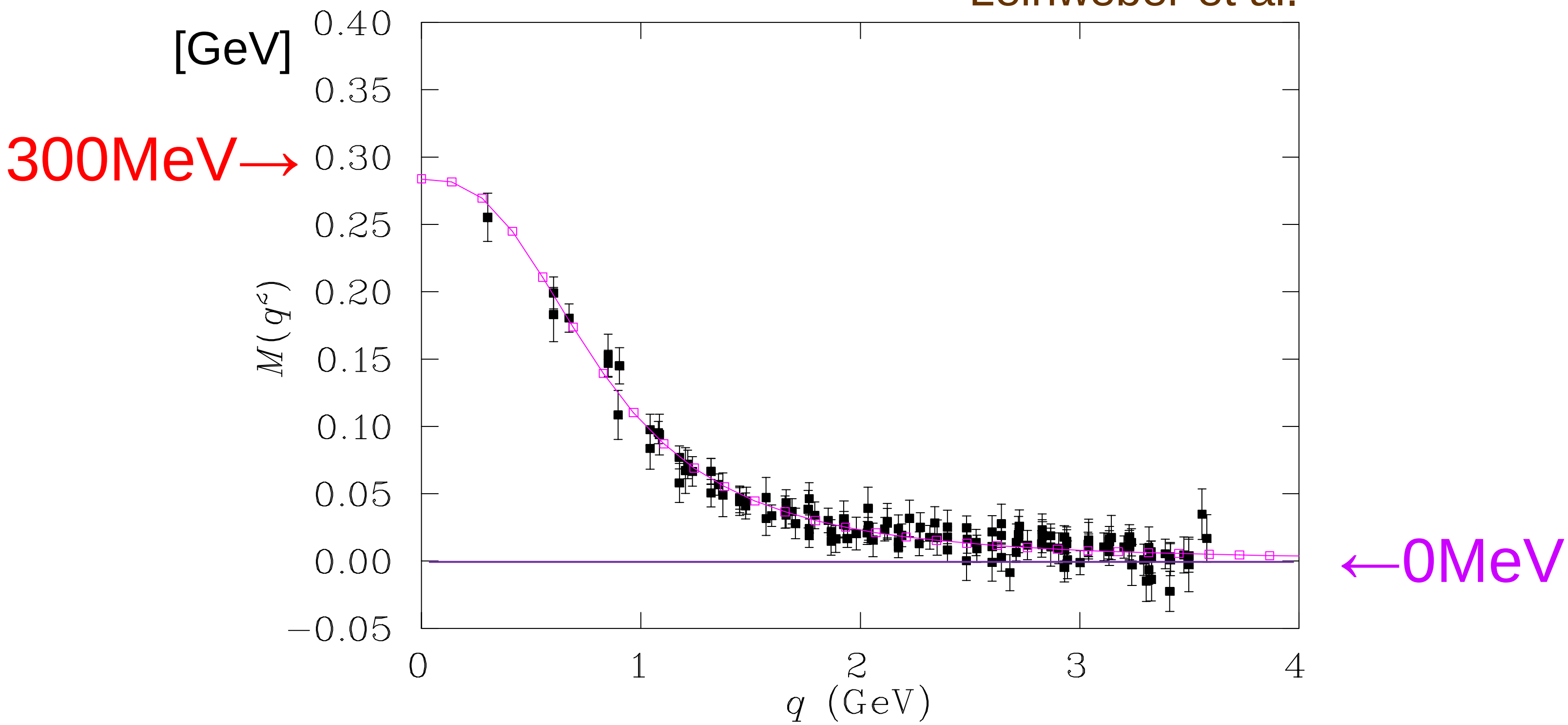
クォーク・グルーオン双方に対する、より精緻な定式化でも
同様の結果　R. Alkofer and L. von Smekal, Phys. Rept. 353, 281 (2001).

クォーク質量関数 $M(q^2)$に対する格子QCD計算

ユークリッド計量で
ランダウ・ゲージ（$\partial_\mu A^\mu = 0$）の場合

$$S_F(q) = \frac{Z(q^2)}{\gamma_\mu q^\mu + M(q^2)}$$

Leinweber et al.



低エネルギー領域
強結合的

高エネルギー領域
弱結合的

低エネルギー領域で 300MeV 程度のクォーク有効質量の生成

Lattice QCD with exact chiral symmetry

時空格子上に（massless の）Chiral Fermion を乗せることは、原理的に難しい ~ doubler の出現
← Nielsen-Ninomiya's No Go Theorem (1981)

- Wilson fermions
- staggered fermions

Dirac operator は chiral symmetry を破る

カイラル極限: $m_q \sim 0$ 付近の直接計算の困難

通常は、比較的大きなクォーク質量 m_qでの格子QCD計算を実行しこれを外挿する
カイラル外挿: $m_q \to 0$

これが大きな系統誤差を生じさせる

H. Fukaya et al. PRL98 (2007) 172001.
Overlap fermion によるカイラル極限に近い格子QCD計算

Lattice QCD with exact chiral symmetry

Overlap fermion ~ Neuberger (1998)

Neuberger's overlap Dirac operator

$$D = m_0 \left(1 + \gamma_5 \frac{H_W(m_0)}{\sqrt{H_W(m_0)^2}}\right), \quad H_W = \gamma_5 (D_W - m_0) \quad D_W : \text{Wilson Dirac operator}$$

Ginsparg-Wilson relation (1982): $\gamma_5 D + D\gamma_5 (1 - D/m_0) = 0$

→ Overlap fermion action: $S_F = \sum_x \bar{\psi} D \psi$

~ invariant under 'modified' exact chiral symmetry on the lattice

Luescher (1998)

$$\psi \to e^{i\alpha\hat{\gamma}_5}\psi, \quad \bar{\psi} \to \bar{\psi} e^{i\alpha\gamma_5}, \quad \hat{\gamma}_5 = \gamma_5 (1 - D/m_0).$$

Overlap Dirac op. D は D_W を100次程度までべき展開して計算
→トータルで Wilson fermion の1000倍程度の計算量〜無理！

Lattice QCD with exact chiral symmetry

H. Fukaya et al. PRL98 (2007) 172001.

2-flavor QCD, Q=0 topological sector
Iwasaki (beta=2.3,2.35) a^{-1} = 1.6-1.8GeV, $16^3 \times 32$ (L ~ 1.8-2fm)
Quark masses：$m\,a$ = 0.002(3MeV) − 0.1
Overlap fermion with quark mass m down to ~3MeV

(cf. 通常の Wilson fermion を用いた格子QCD研究では m >50MeV)

Sexton-Weingarten method [Sexton & Weingarten 1992, Hasenbusch, 2001]

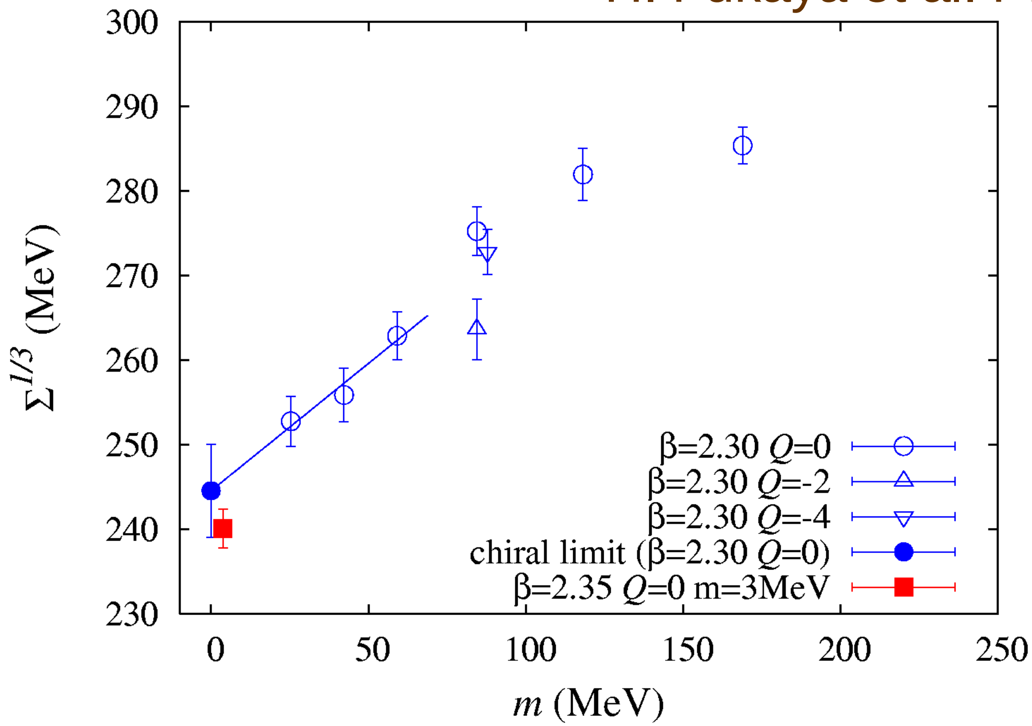
Overlap fermion determinant を因子化

$$\det(D+m)^{N_f=2} = \det(D+m')^2 \det\left[\frac{(D+m)^2}{(D+m')^2}\right]$$

m': heavy mass
前者のdeterminant は finer hybrid Monte Carlo step で
後者のdeterminant は coarse hybrid Monte Carlo step で計算を実行

カイラル凝縮に対する格子QCD計算

H. Fukaya et al. PRL98 (2007) 172001.



Overlap fermion での格子QCD計算

→ カイラル極限近傍の現実世界でのカイラル凝縮

$\Sigma \equiv |\langle \bar{q}q \rangle| = [240(2)(6)\ \mathrm{MeV}]^3$ at m_q=3MeV (Eucl, lattice bare value)

くりこみ乗数を施して得られる$\overline{\mathrm{MS}}$ scheme での計算値:

$$\Sigma^{\overline{\mathrm{MS}}}(2\mathrm{GeV}) = (251 \pm 7 \pm 11\mathrm{MeV})^3.$$

３．Confinement に関する overview と諸研究

カラーの閉じ込めの定義

・クォーク間に線型の閉じ込めポテンシャルが生じる

　→クォーク間ポテンシャルの研究

・カラーを持った粒子の１粒子エネルギーは +∞

　～ポリヤコフ・ループの研究，クォーク間ポテンシャル

・カラーを持った粒子の伝播関数に物理的な極が現れない

　～strong-coupling QEDでは福田・九後

　QCDの有効模型（双対ギンツブルグ・ランダウ理論）では菅沼ら

・カラーを持った粒子は物理的に（漸近的に）

現れない（観測されない）

　～九後・小嶋のカラー閉じ込め理論

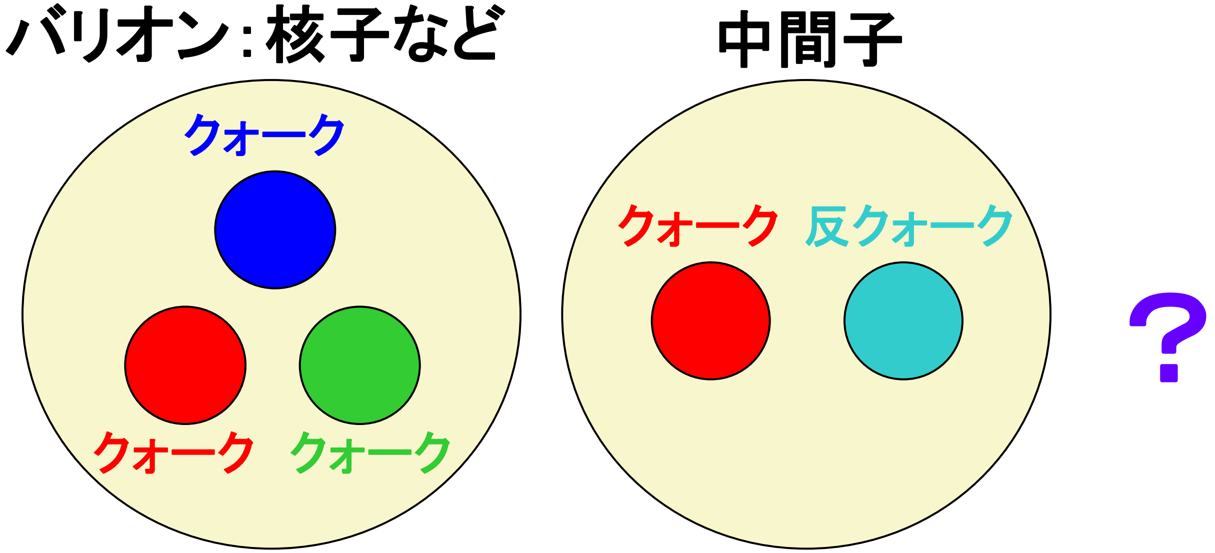
QCDの非摂動的現象：クォークの閉じ込め

低エネルギー領域での強結合性

↓

非摂動的現象：摂動論を超えた現象～真空が変質

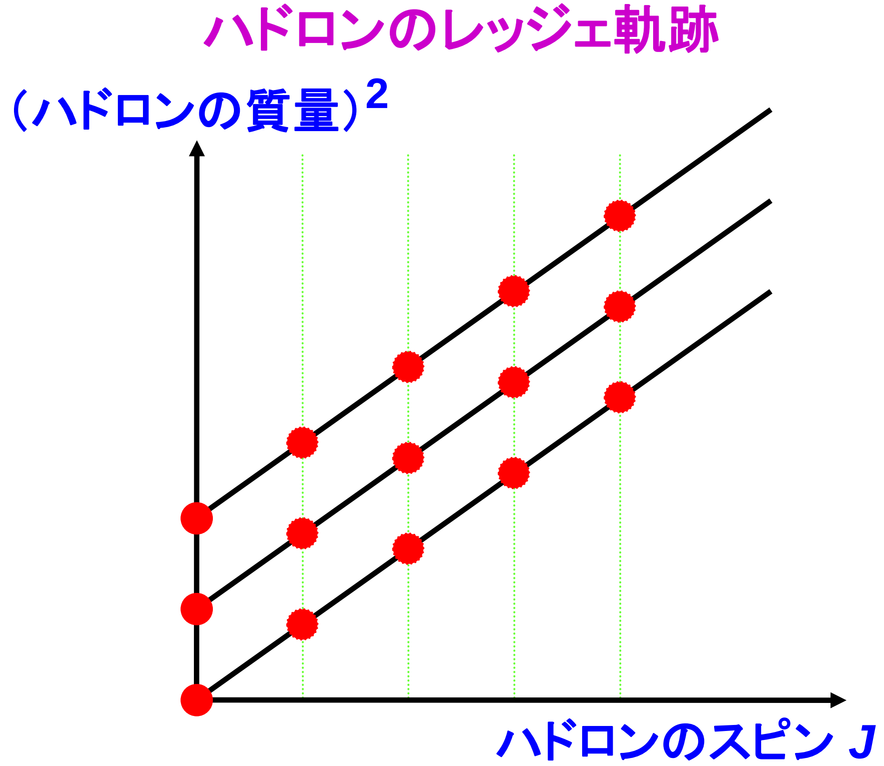
カラーの閉じ込め



クォークはハドロンの内部に閉じ込められている！

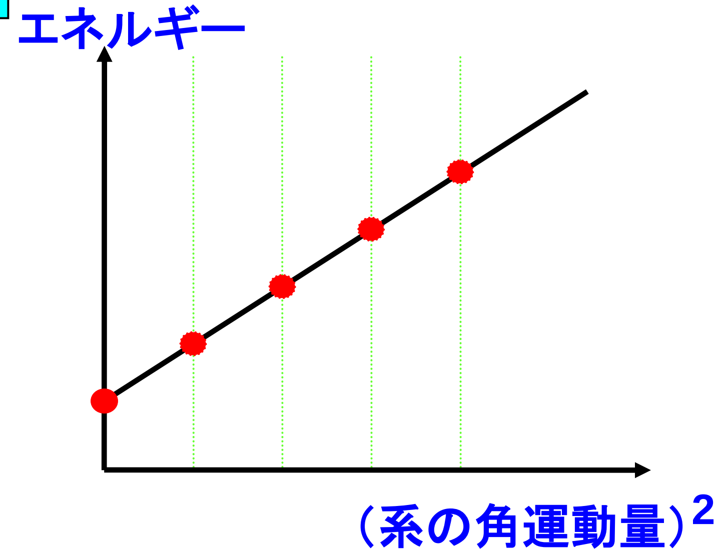
どのように閉じ込められているのか？

ハドロンの角運動量(スピン)とエネルギーの関係



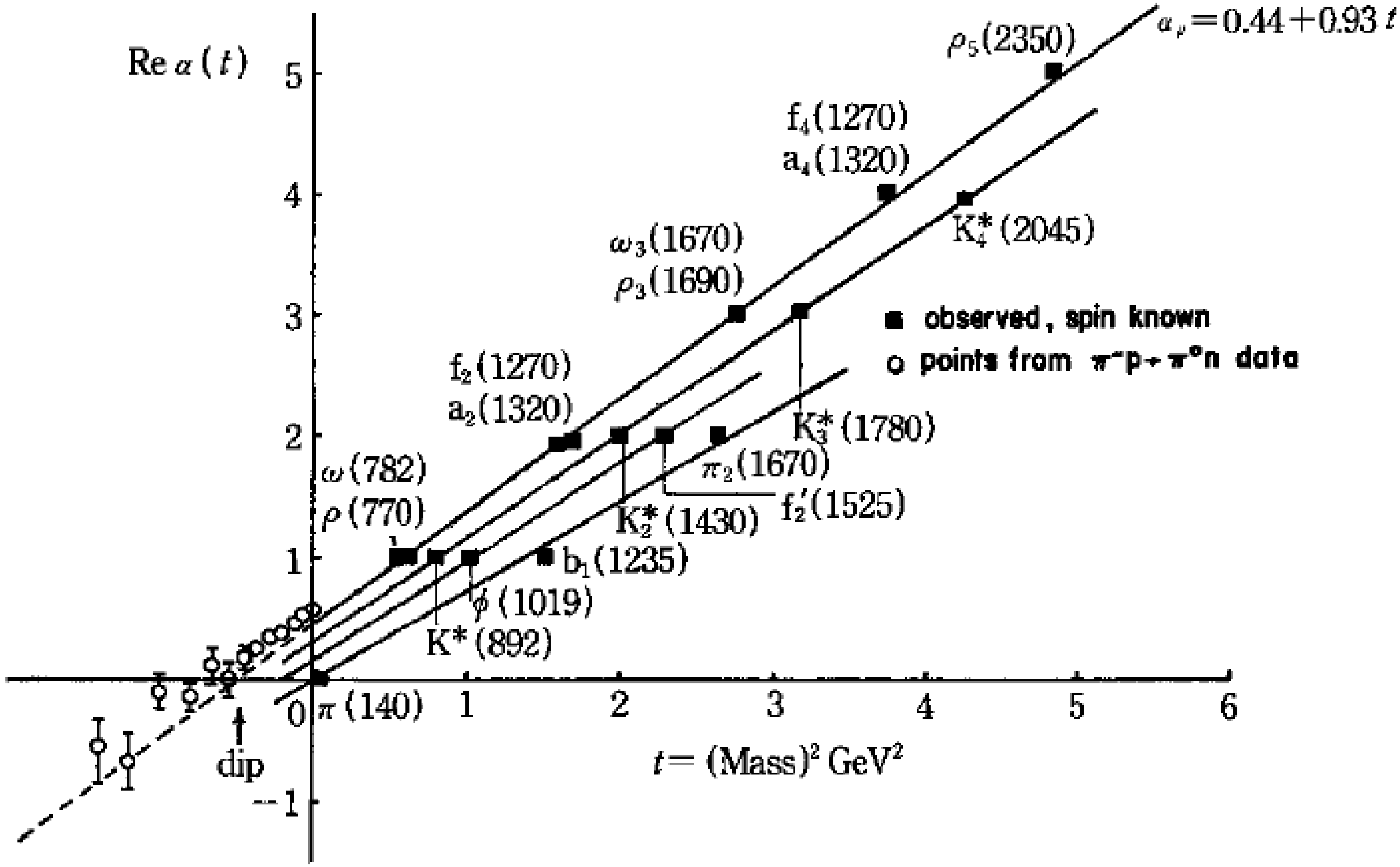
$$M^2=M_0^2+2\pi\sigma J$$

比較　非相対論量子力学



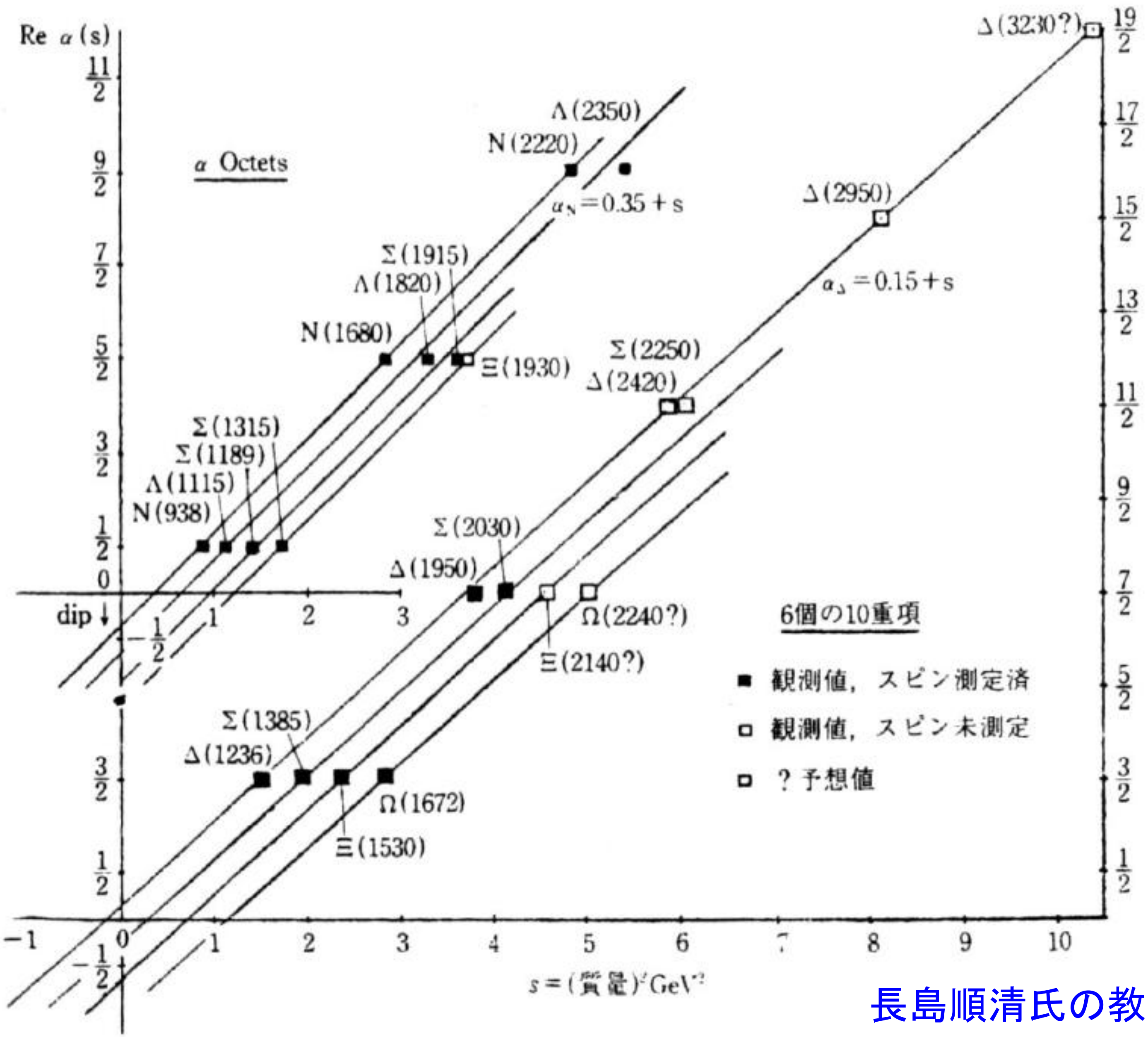
$$E=E_0+\frac{L(L+1)}{2I}$$

中間子に対するRegge軌跡



長島順清氏の教科書から

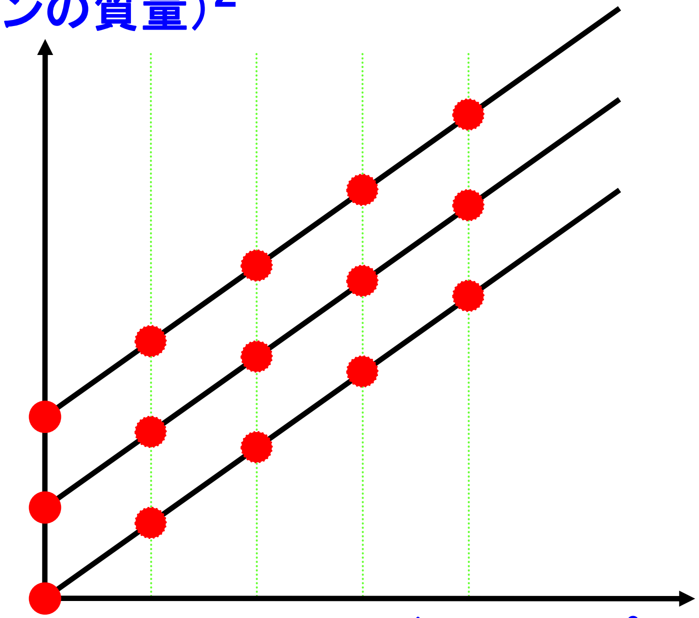
バリオンに対する Regge 軌跡



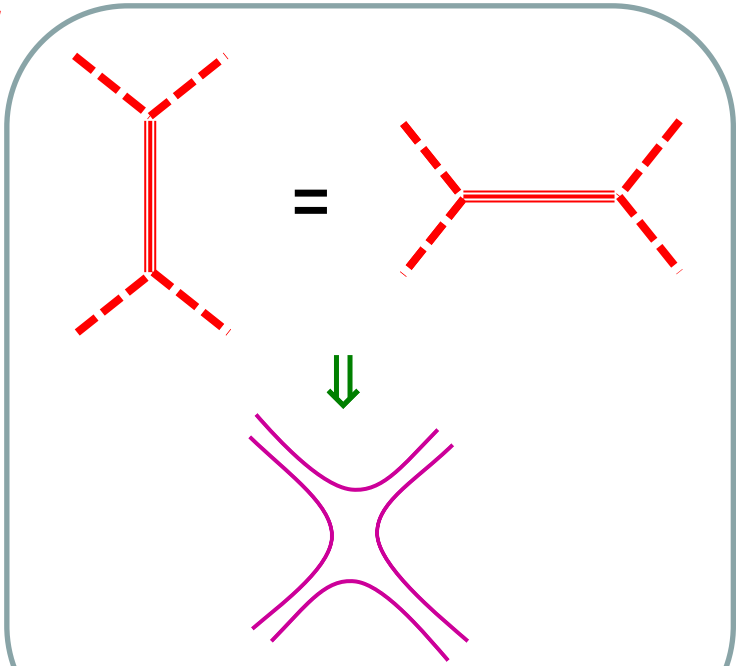
長島順清氏の教科書から

ハドロンのストリング描像

ハドロンのレッジェ軌跡



ハドロン反応の双対性



$$M^2 = M_0^2 + 2\pi\ \sigma J$$

相対論的ストリング模型

⇒

クォーク・反クォーク間の
線形ポテンシャル

$$V(r) = \sigma r$$

σ=1GeV/fm：ハドロンの弦の張力（閉じ込め力の強さ）

南部による弦描像の提唱、南部・後藤による弦理論の構築(1969-70)

相対論的古典弦とハドロンのRegge軌跡

両端が近似的に光速で回転する相対論的剛体弦

2R : 弦の長さ　σ : 弦の質量密度 (=弦の張力)

v(x) : 中心から x (=0~R/2) の点の速度　x = v(x) R

質量 : $M = 2\int_0^R \sigma dx / (1-v^2)^{1/2}$

$= 2\sigma R \int_0^1 dv / (1-v^2)^{1/2} = \pi\sigma R$

角運動量 : $J = 2\int_0^R \sigma dx / (1-v^2)^{1/2} \; x \, v(x)$

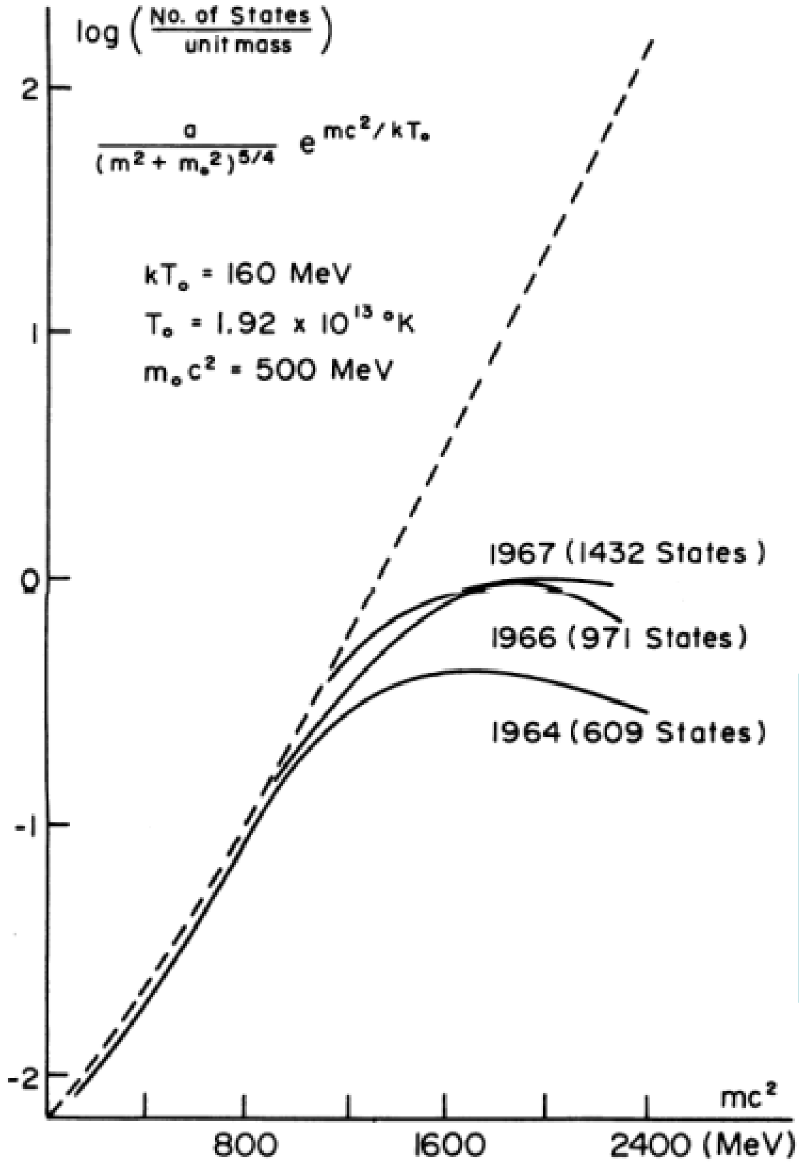
$= 2\sigma R^2 \int_0^1 dv \, v^2 / (1-v^2)^{1/2} = \pi\sigma R^2/2$

$\therefore$ $J = M^2/(2\pi\sigma)$: Regge 軌跡

$J = \alpha' M^2$　　$\alpha' = 1/(2\pi\sigma)$: Regge slope

ハドロンの状態密度
$\rho(m)$の対数グラフ

ハドロンの状態密度～弦の振動的な励起



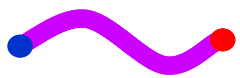
Number of hadronic states as function of mass

ハドロン質量 m

ハドロンの状態密度$\rho(m)$ は、
ハドロン質量 m と共に
指数関数的に増大

$\rho(m) \sim \exp(m / T_H)$

⇒ 弦の振動と類似



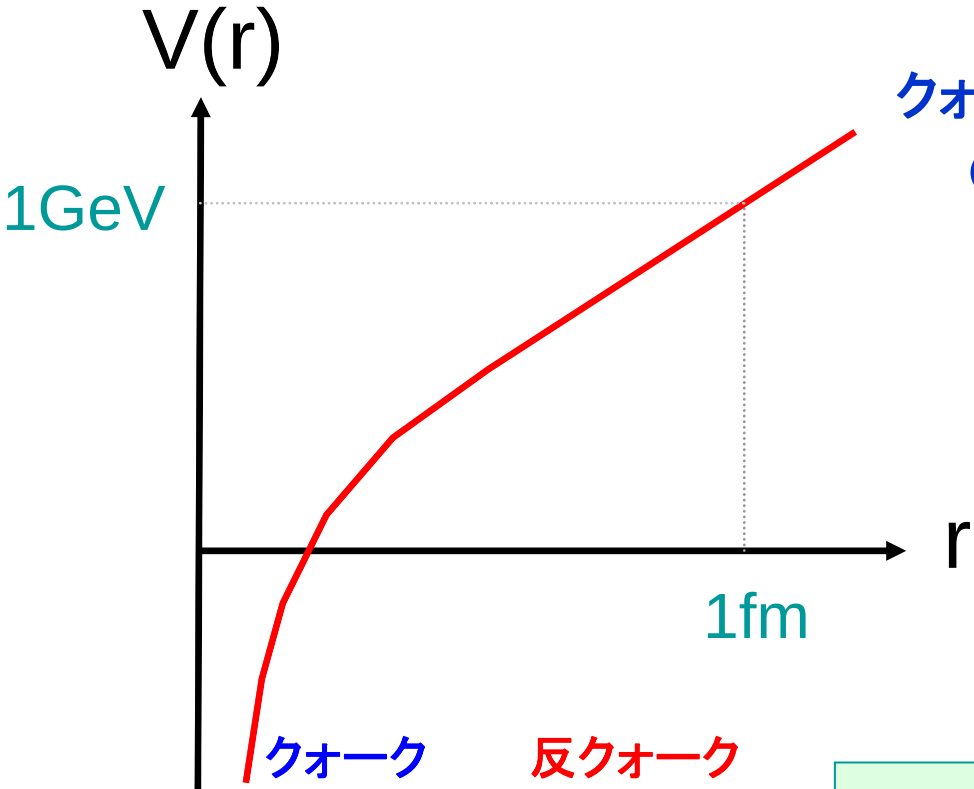
T_H 以上は系の温度は上がらない！
T_H: Hagedron の究極温度

T_H≒160MeV

Hagedron (1968)
Patel(1984):弦で T_H を説明

クォーク・反クォーク間ポテンシャルとクォークの閉じ込め

クォーコニウムの実験データの解析や格子QCD計算から得られるクォーク間ポテンシャル

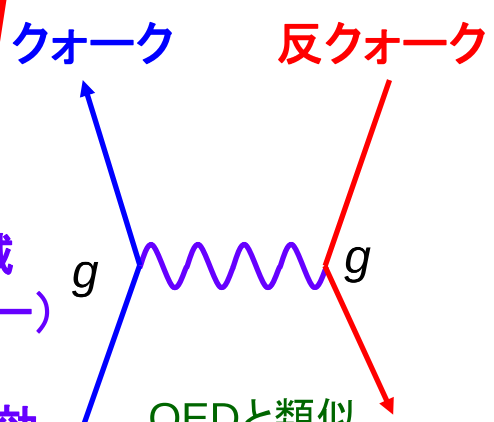


遠距離領域
（低エネルギー）
非摂動的

⇒ **線形ポテンシャル**

ハドロンの弦の張力（閉じ込め力）

σ=1GeV/fm



近距離領域
（高エネルギー）
弱結合的
摂動論が有効

⇒ **クーロン・ポテンシャル**

$$V(r) = -\frac{g^2}{3\pi}\frac{1}{r} + \sigma r$$

1グルーオン交換に由来するクーロン項

弦描像に基づく線形ポテンシャル

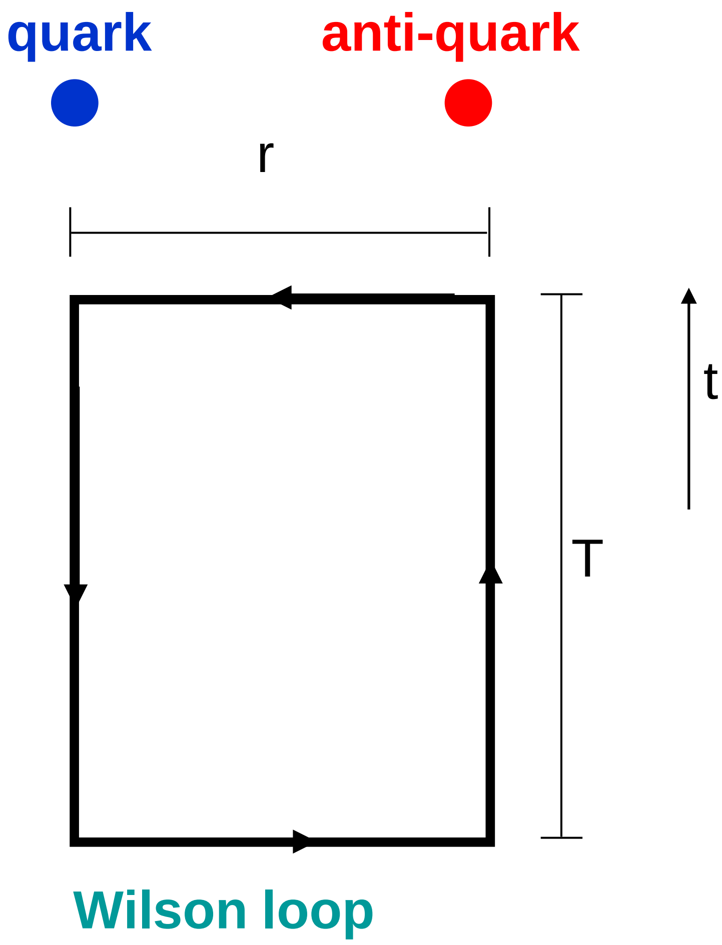
Quark-antiquark static potential from Wilson Loop

$$\langle W_{Q\bar{Q}} \rangle = \int DU\, W_{Q\bar{Q}} e^{-S}$$

$$= \sum C_n e^{-V_n(r)T}$$

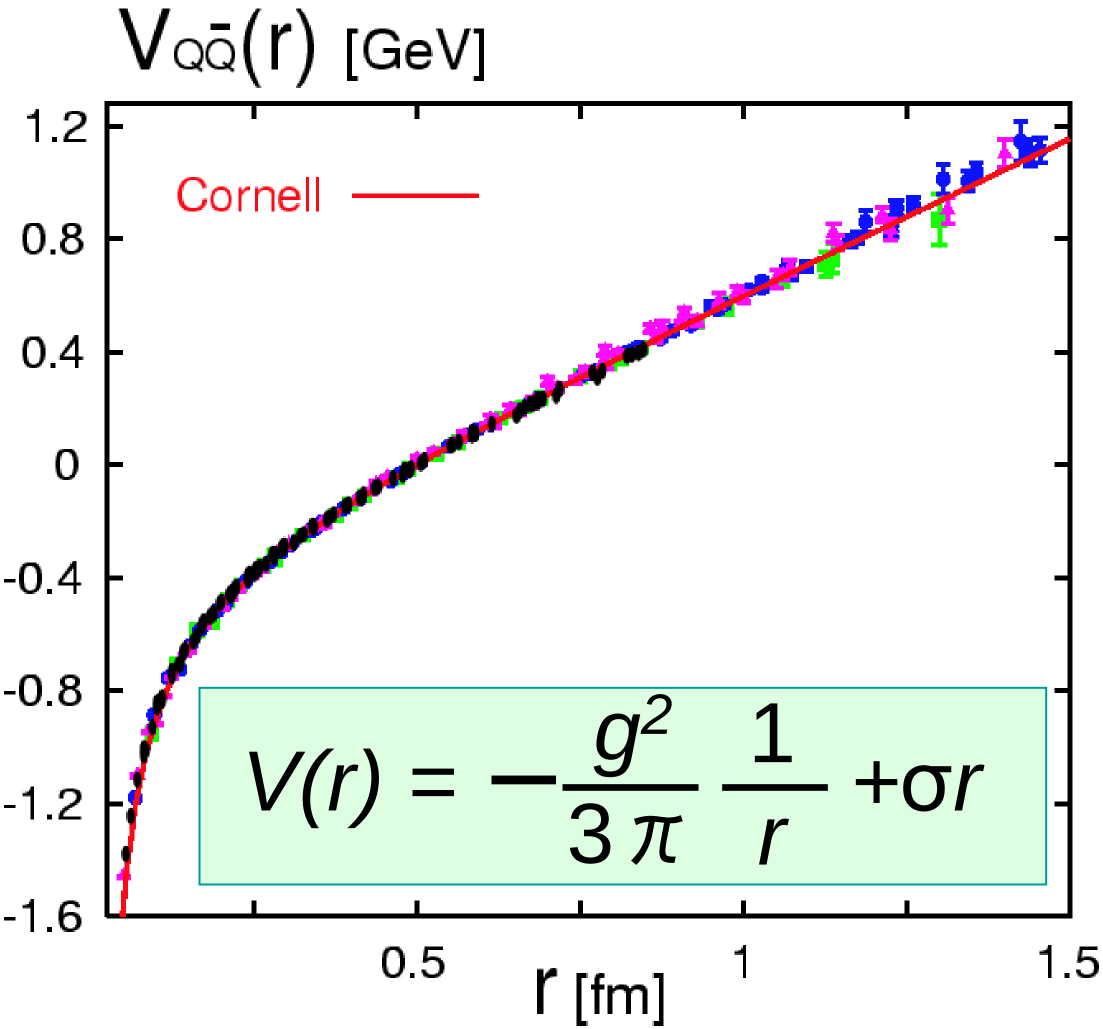
$$\xrightarrow[T\to\infty]{} C_0 e^{-V_{Q\bar{Q}}(r)T}$$

$$V_{Q\bar{Q}} = -\lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \ln\langle W_{Q\bar{Q}} \rangle$$



The *quark-antiquark potential* can be obtained from the *Wilson Loop*.

Quark-antiquark static potential in Lattice QCD



$$V(r) = -\frac{g^2}{3\pi}\frac{1}{r} + \sigma r$$

M.Creutz (1979,80)

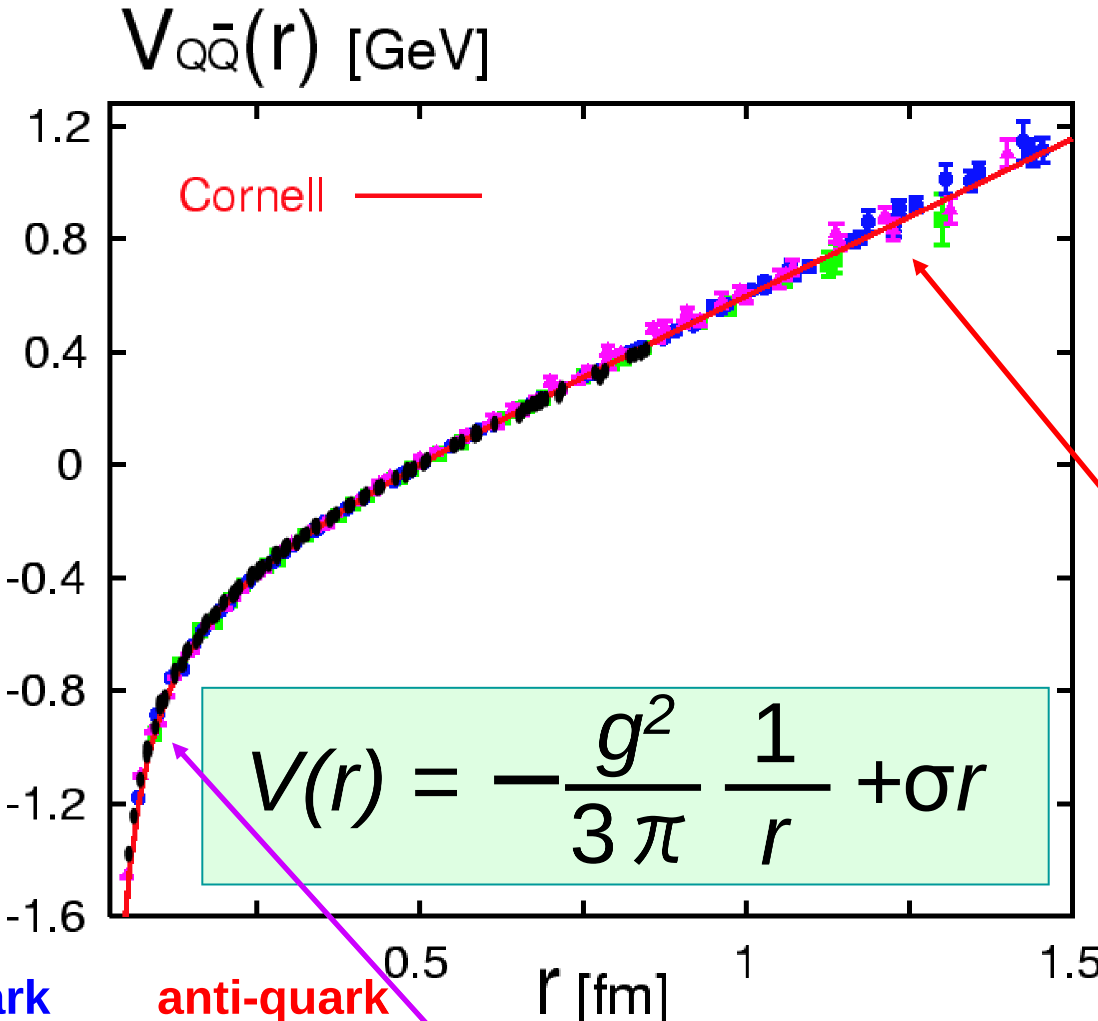
quark **anti-quark**

Summarized lattice QCD data
G.S.Bali (2001)
Takahashi, H.S. et al. (2002)
JLQCD (2003)

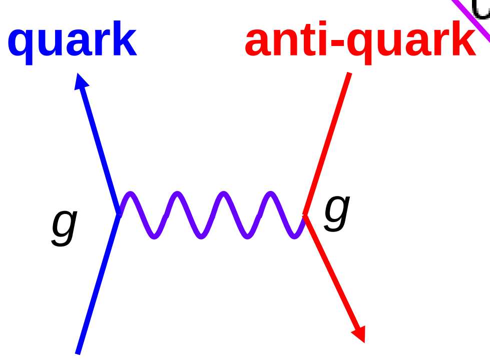
The quark-antiquark potential V(r) is well described by

Coulomb + Linear Potential. $\sigma \fallingdotseq 0.89$ GeV/fm

Quark-antiquark static potential in Lattice QCD

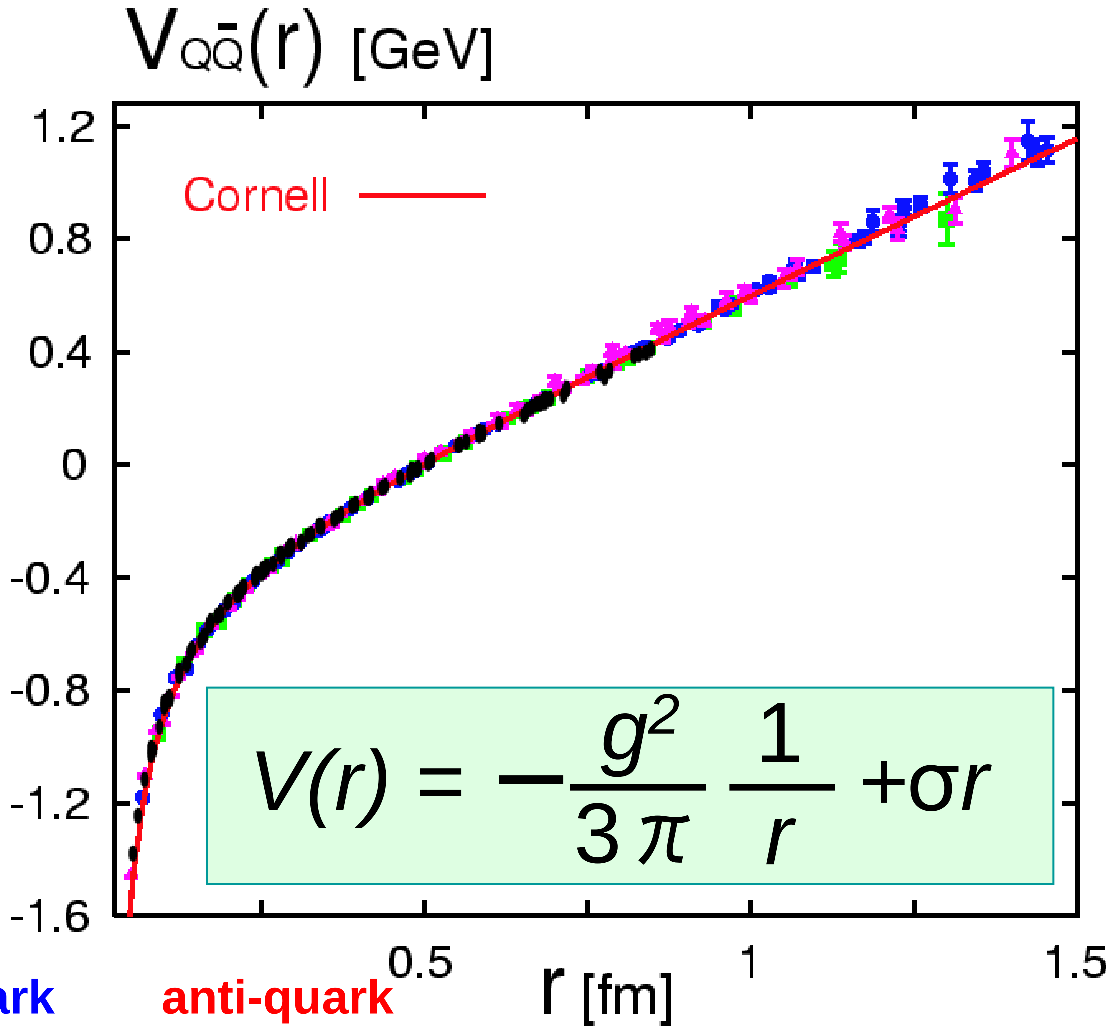


At the long distances, the Q-Q potential behaves as a linear arising potential like a “condenser”, which indicates one-dimensional squeezing of the color-electric flux between quark and antiquark.



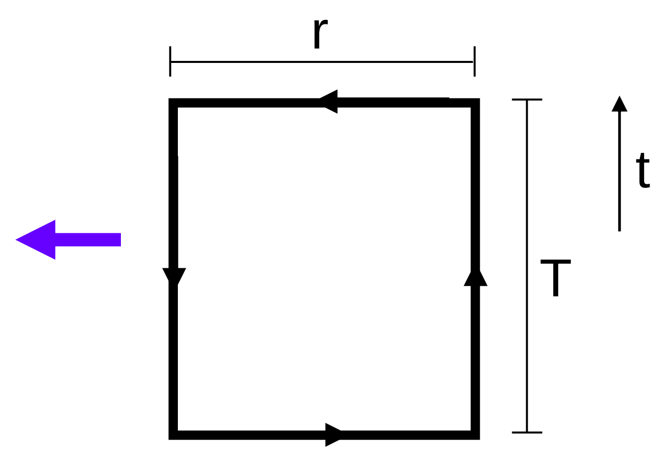
At the short distances, the Q-$\bar{\text{Q}}$ potential behaves as the Coulomb-type potential, which is expected from the one-gluon-exchange (OGE) process.

Quark-antiquark static potential in Lattice QCD

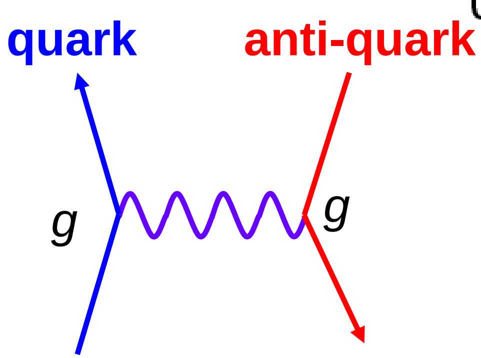


M.Creutz (1979,80)

Summarized lattice QCD data
G.S.Bali (2001)
Takahashi, H.S. et al. (2002)
JLQCD (2003)

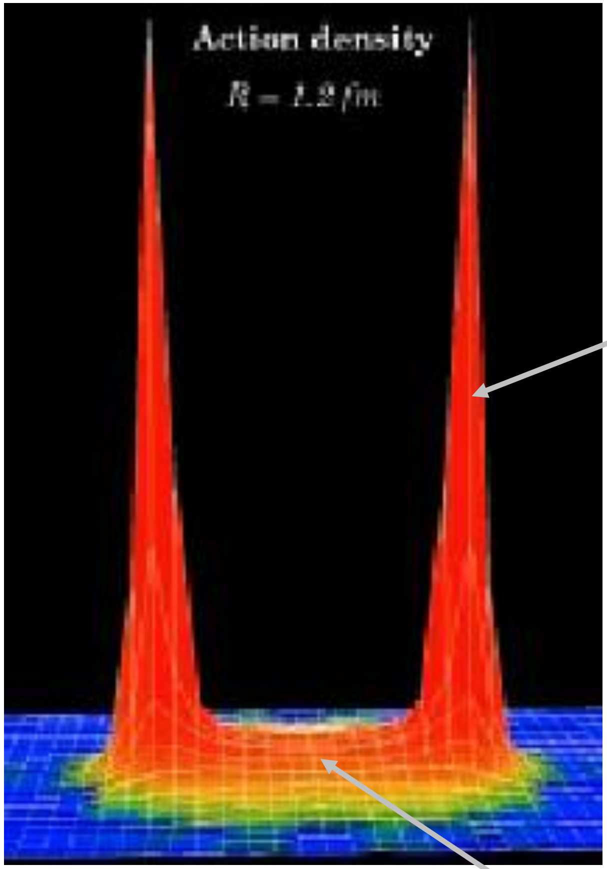


Wilson loop



カラーの電気力線は1次元状に絞られている

Flux tube formation for $Q\bar{Q}$-system in Lattice QCD



G. S. Bali

Coulomb energy around quarks

摂動論的でQEDと同様

Color electric Flux tube

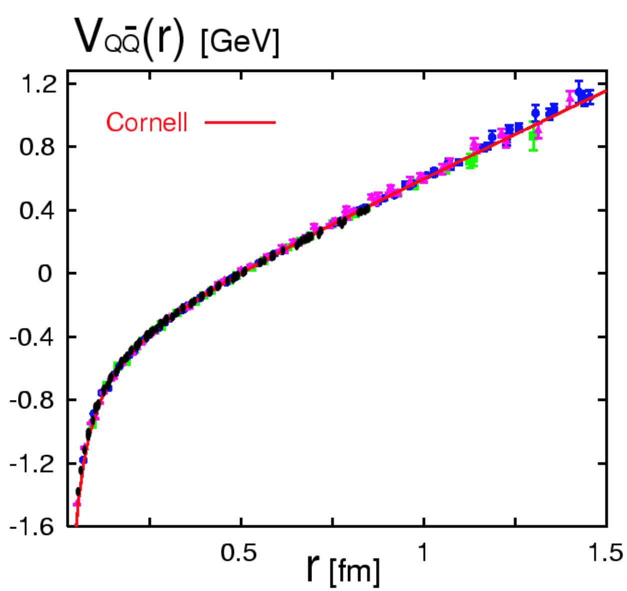
非摂動論的でQCDに特有

クォーク間のカラー・フラックス・チューブの形成

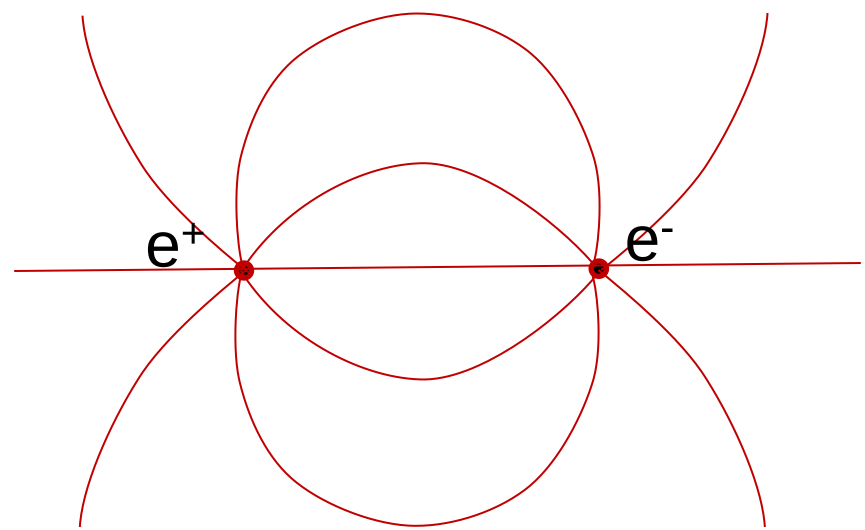
カラーの電気力線の1次元的な squeezing

クォーク間に線形の閉じ込めポテンシャル
⇒クォークの閉じ込め

グルーオンからなるカラー電束も空間的に閉じ込められている

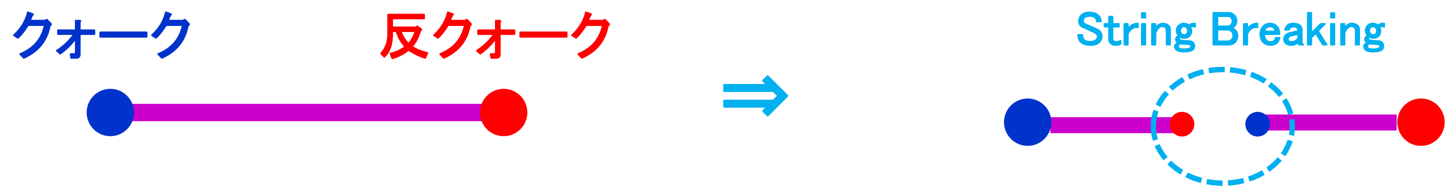


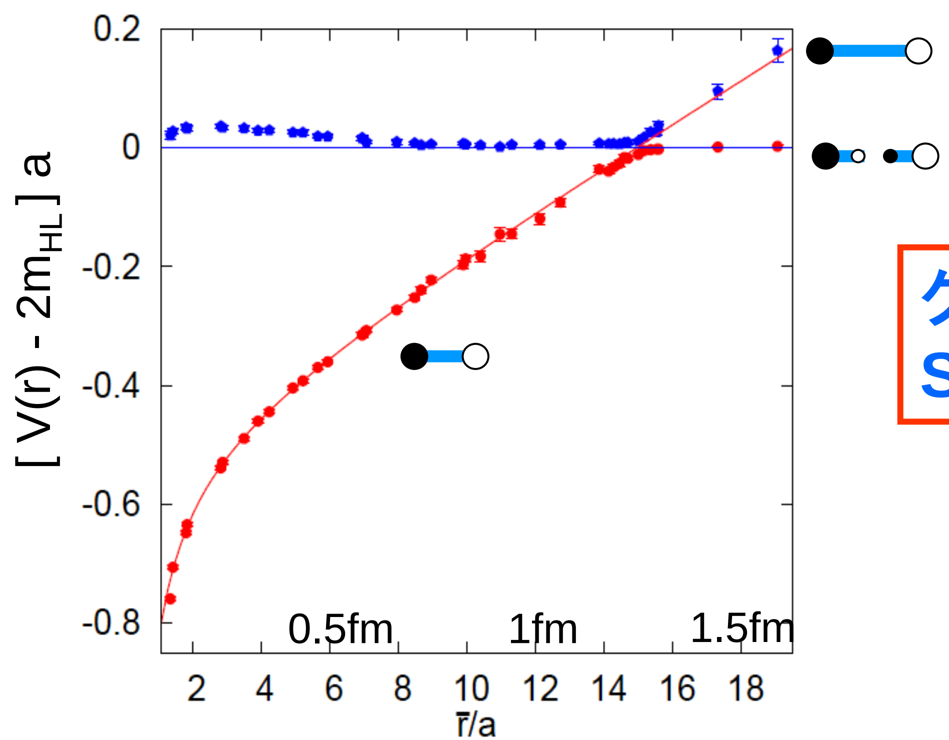
cf　QEDでは電気力線は空間的に拡がっており、遠方で観測可能



Dynamical quark の対生成が起こる場合のクォーク間ポテンシャルの計算（格子QCD）

動的なクォークの対生成による
String Breaking





クォーク間距離を大きくすると String Breaking が起こる

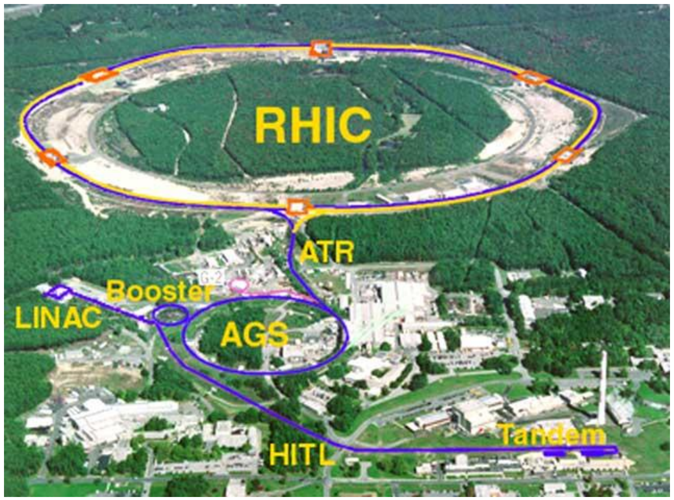
Full QCD:dynamical quark を含めた計算

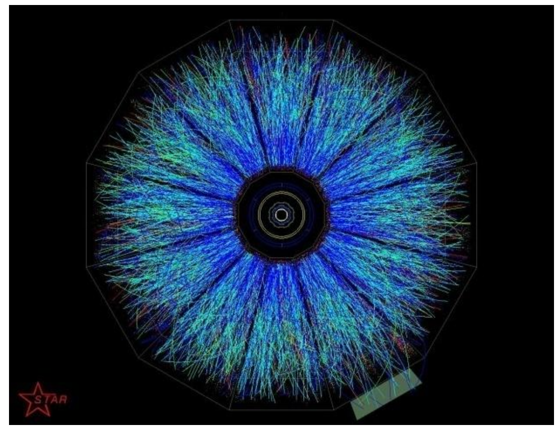
N_f= 2, Wilson sea-quarks, 24^3x40
a= 0.083 fm, L= 2 fm, m_p/m_r= 0.704

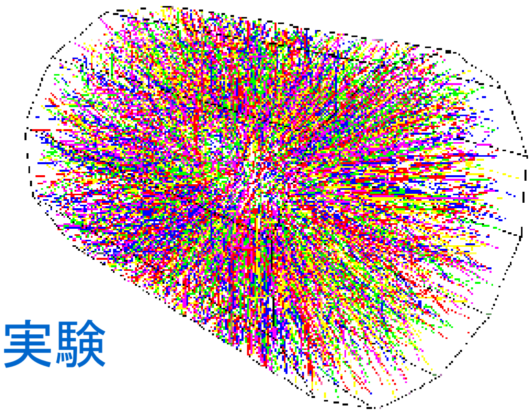
SESAM Coll., Phys.Rev.D71 (2005) 114513

米国ブルックヘブン国立研究所の
Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC)
でのQGP相生成実験

超高エネルギー重イオン衝突実験
（核子あたり200GeV　Au+Au ）







実験

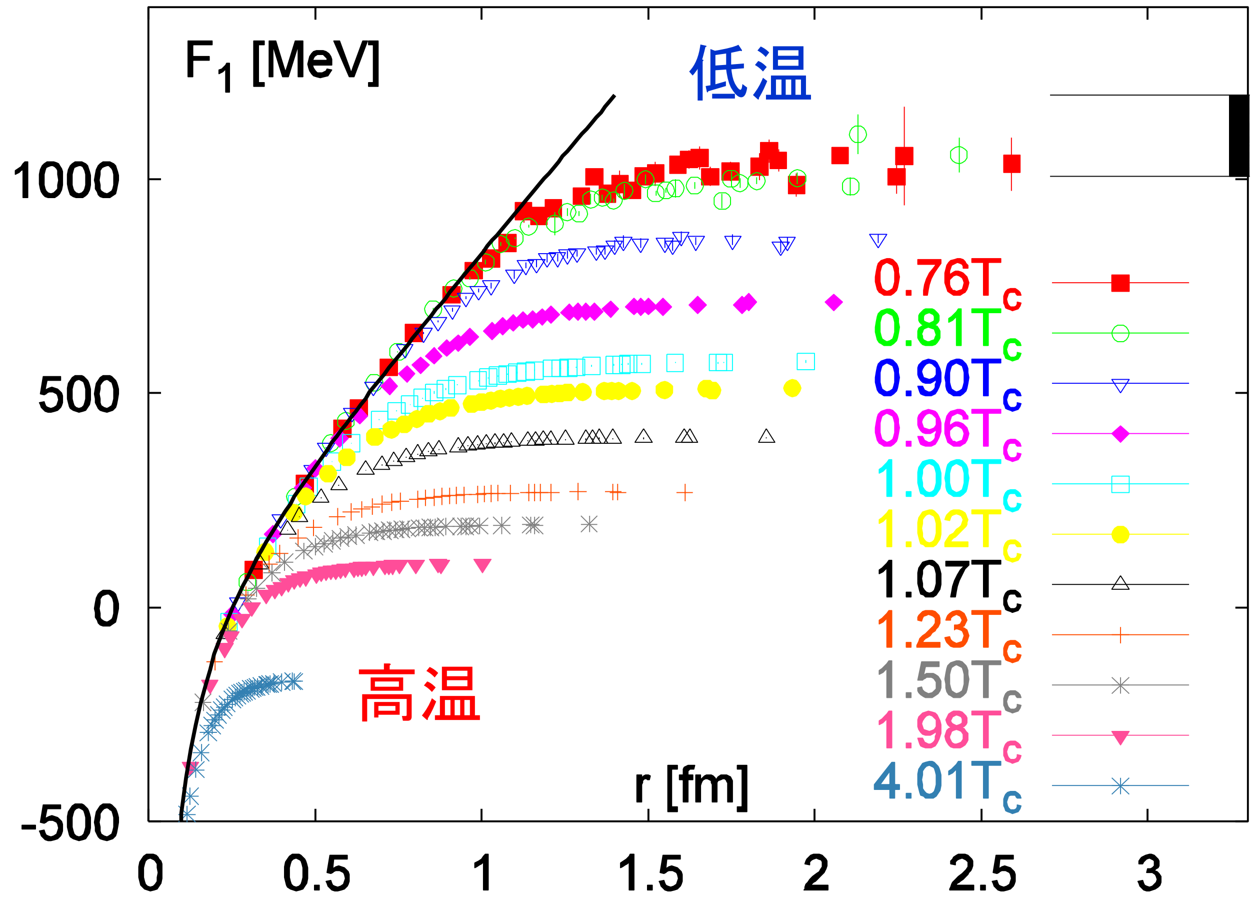
☆ クォーク･グルーオン･プラズマ（QGP）相：
約2兆度の高温（T_c=約170MeV）で実現する 全く新しい物質相

☆ QCD相転移：宇宙最後の真空相転移
→ 宇宙の初期状態（ビッグバン直後10～100μ秒）

☆ 閉じ込め力の消失とカイラル対称性の回復

有限温度でのクォーク間ポテンシャルに対する格子QCD計算

Kaczmarek, Zantow

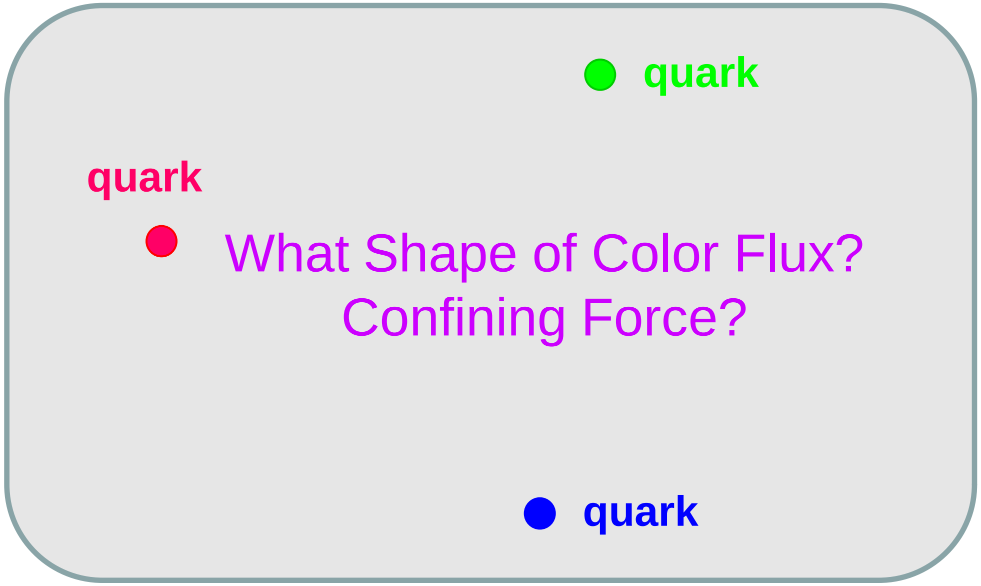


高温での“閉じ込めポテンシャルの消失”と“遮蔽効果”の様相が
QCDに基いて定量的に解明されつつある

バリオンやマルチクォークでの閉じ込めポテンシャル

$Q\bar{Q}$ポテンシャル～中間子の性質と直接関連する重要な物理量
3Qポテンシャル～バリオンの性質と直接関連する重要な物理量

クォーク多体系でのポテンシャル
～ クォーク多体系での閉じ込め力とストリング描像の検証
～ どういったタイプのストリングか？

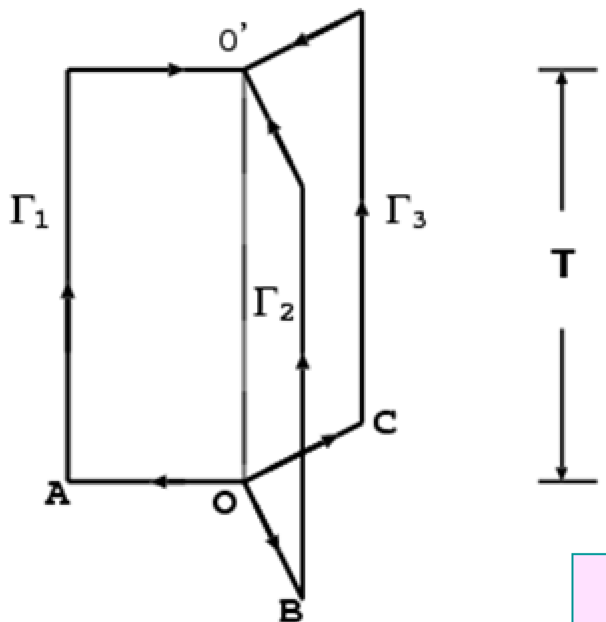


核子などのバリオン中でのクォークの閉じ込めの様相は？

3クォーク・ポテンシャルの計算
（バリオン中のクォークが感じるポテンシャル）

T.T.Takahashi, H.S. et al., *PRL86 (2001); PRD65 (2002); PRL 90 (2003); PRD70 (2004); PRD72 (2005)*

3クォーク・ウィルソン・ループ → 3クォーク・ポテンシャル



$$W_{3Q} \equiv \frac{1}{3!}\epsilon_{abc}\epsilon_{a'b'c'}U_1^{aa'}U_2^{bb'}U_3^{cc'}$$

$$U_k \equiv P\exp\{ig\textstyle\int_{\Gamma_k} dx_\mu A^\mu(x)\}$$

$$V_{3Q}(r) = -\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\ln\langle W_{3Q}\rangle_T$$

バリオン中での閉じ込めポテンシャルの格子QCD計算

T.T.Takahashi, H.S. et al., *PRL86 (2001) 18; PRD65 (2002) 114509; PRL 90 (2003) ; PRD70 (2004) 074506; PRD72 (2005) 014505*

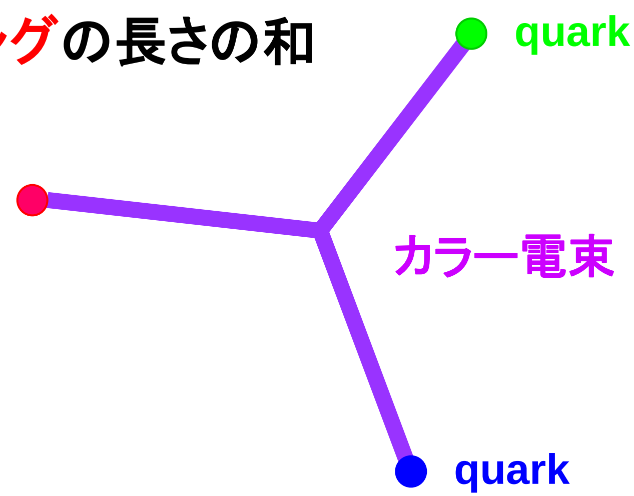
300 以上の異なる 3クォーク系の配位に対して高精度の格子QCD計算を行ない QCDから「3クォーク･ポテンシャルの関数形」を特定

$$V_{3Q}(r) = \frac{g^2}{4\pi} \sum_{i<j}^{3} \frac{T_i^a T_j^a}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} + \sigma L_{min}$$

1グルーオン交換によるクーロン型ポテンシャル
（consistent with P-QCD）

弦描像に基く線形の
閉じ込めポテンシャル

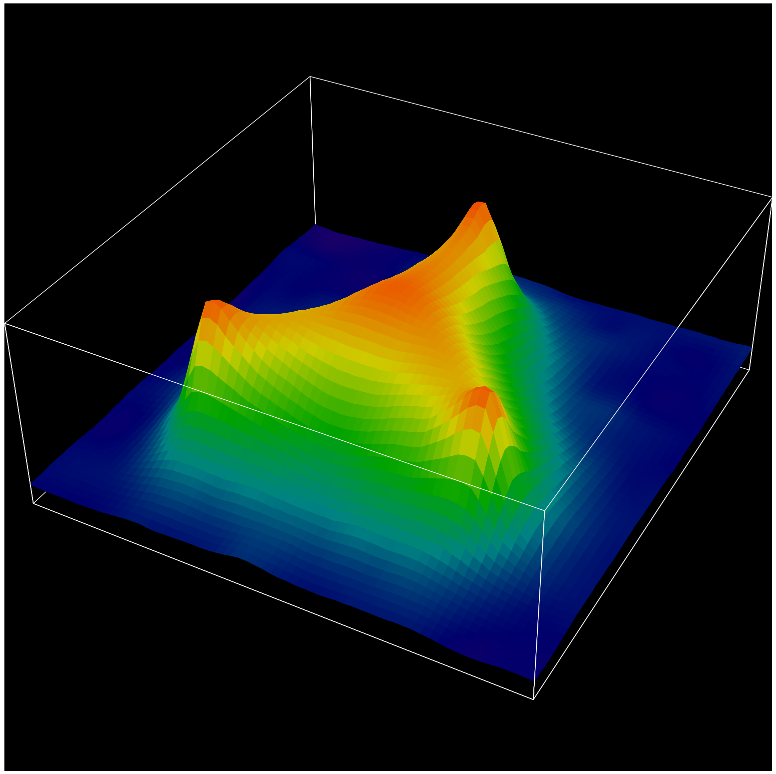
L_{min} :3つのクォークを結ぶ最短のストリングの長さの和

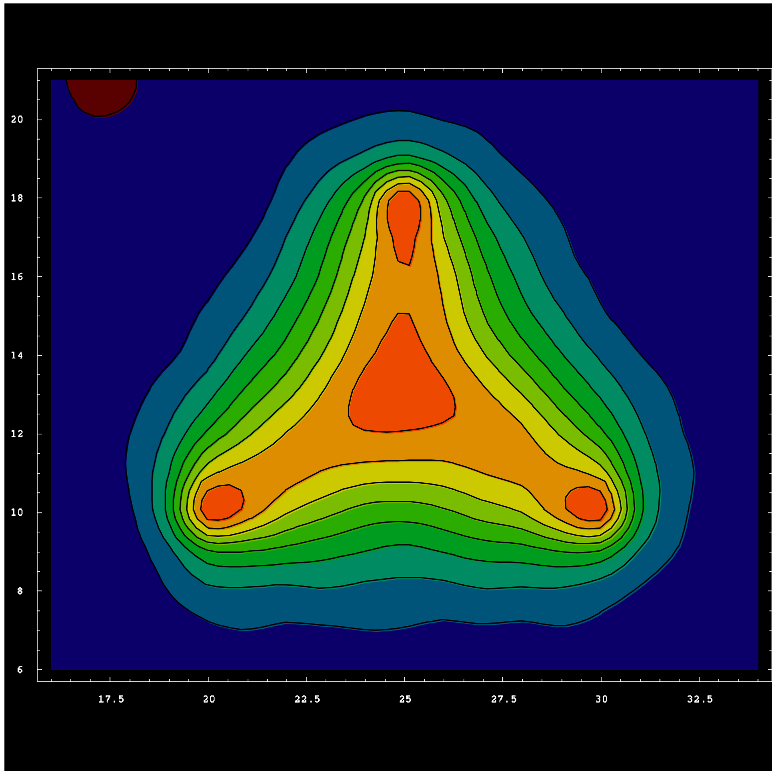


ハドロン中のクォークの閉じ込め力に関する普遍性: $\sigma_{Q\bar{Q}} = \sigma_{3Q}$

ハドロンに対する長距離領域での**ストリング描像の妥当性**

格子QCDによるバリオン中での
カラー電束の形成の検証とクォークの閉じ込め





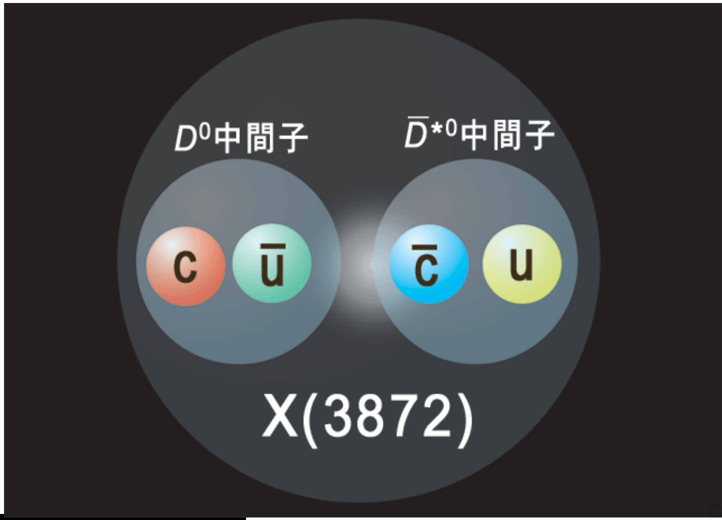
H. Ichie et al., Nucl. Phys. A721, 899 (2003)

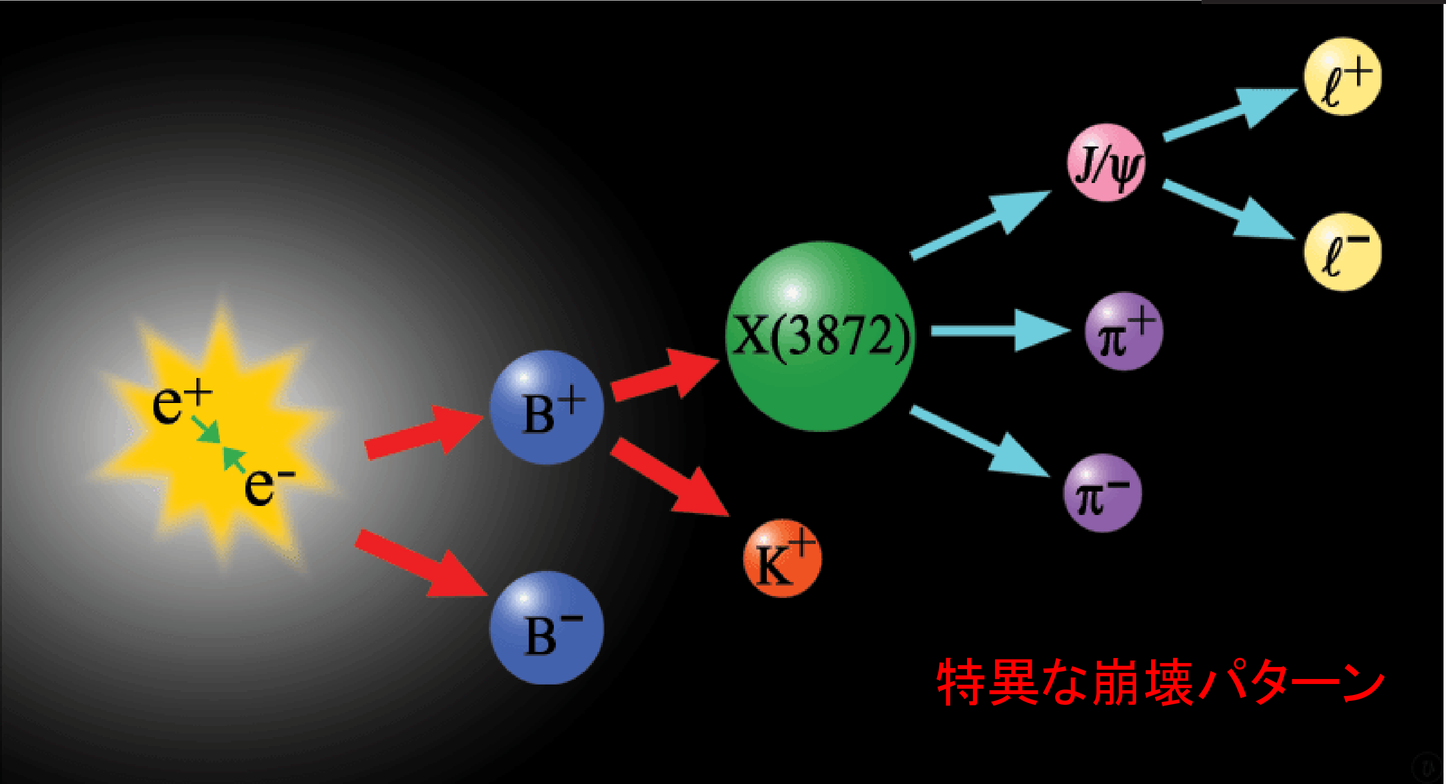
エキゾチック・ハドロン：新しい量子多体系の形

マルチ・クォーク候補の実験的発見

テトラ・クォーク候補：
X(3872), Y(3940), D_{s0}^{+}(2317) など
~ KEK（Belle）, SLAC（BaBar） 等で
発見・確認（2004年）

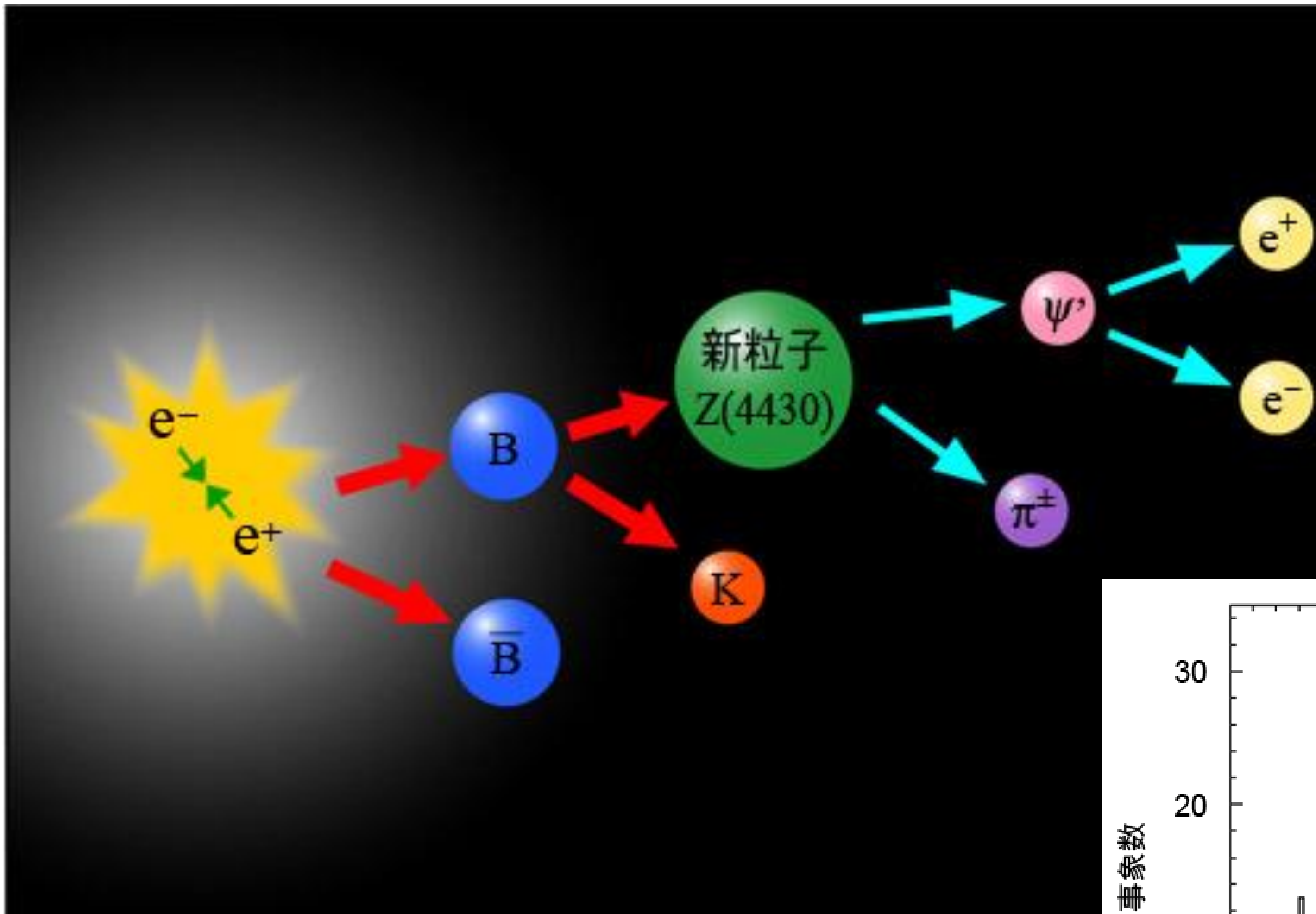
重いチャーム・クォークを含むQCDの物理

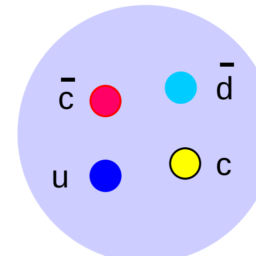




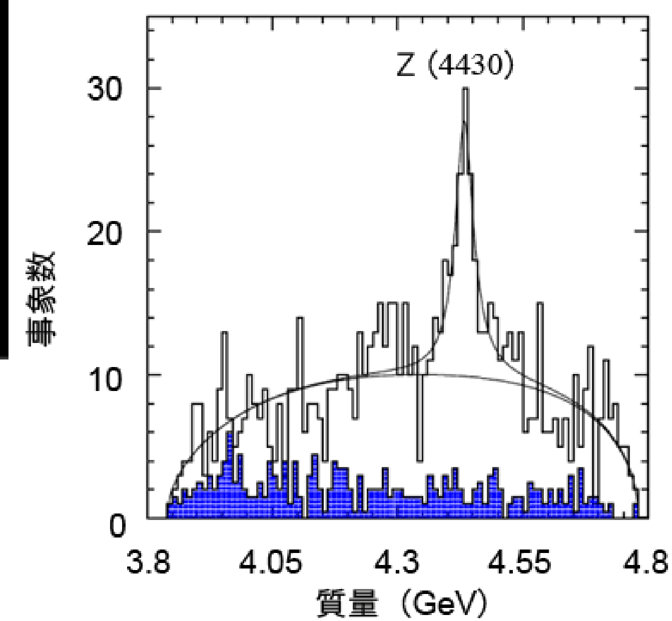
特異な崩壊パターン

Tetra-Quark Z(4430) from KEK press release

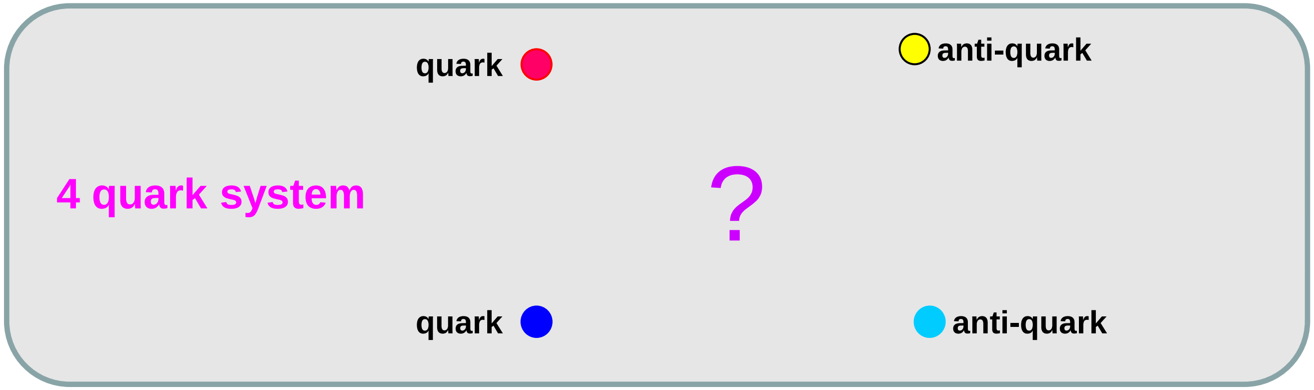




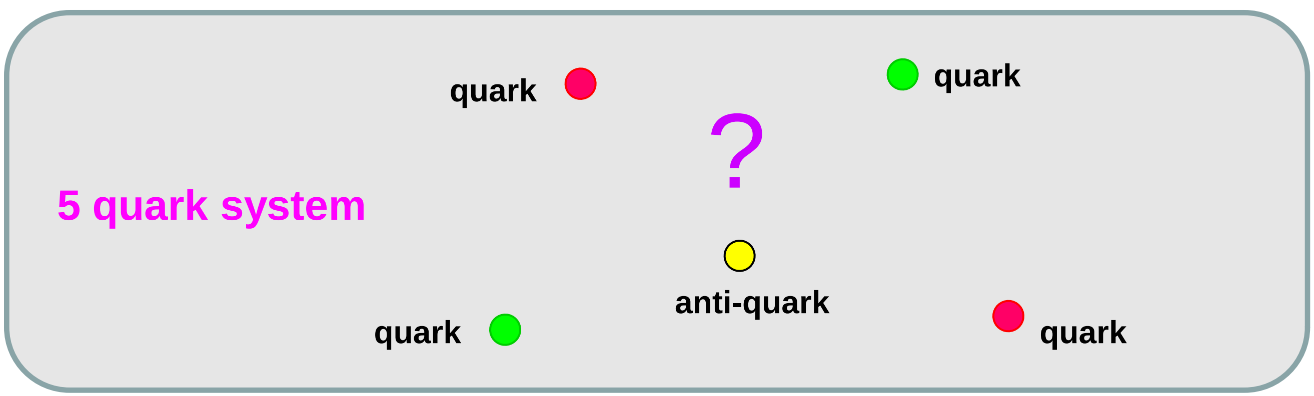
The *charged charmonium* $Z^+(4430)$
is a *manifest Tetra-Quark hadron*
composed by $c\bar{c}u\bar{d}$.



格子QCDによるマルチ･クォーク系での閉じ込め力の研究



What Shape of Color Flux?
Confining Force?



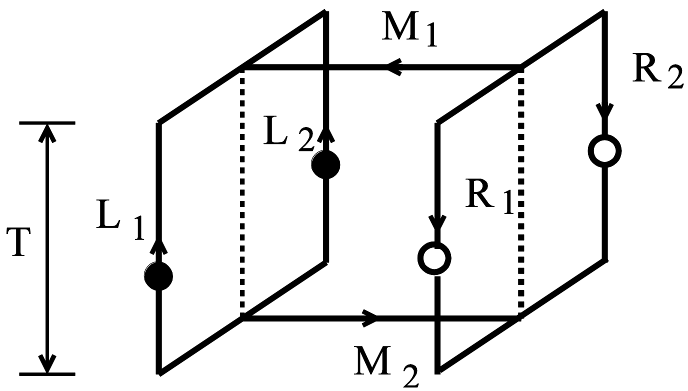
マルチクォーク･ポテンシャルの計算

（マルチクォーク中のクォークが感じるポテンシャル）

F. Okiharu, H.S. et al. PRL 94 (2005) 192001; PRD72 (2005) 014505

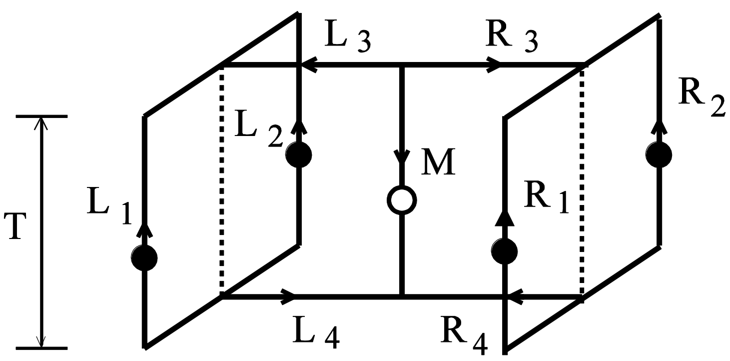
マルチクォーク･ウィルソン･ループの定式化

テトラクォーク系



4 クォーク･ウィルソン･ループ

ペンタクォーク系



5 クォーク･ウィルソン･ループ

マルチクォーク･ポテンシャルはマルチクォーク･ウィルソン･ループから計算可能

$$V_{NQ}(r) = -\lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \ln \langle W_{NQ} \rangle_T$$

格子QCDによるクォーク多体系の閉じ込めポテンシャル

F.Okiharu, H.S. et al. PRL 94 (2005) 192001; PRD72 (2005) 014505

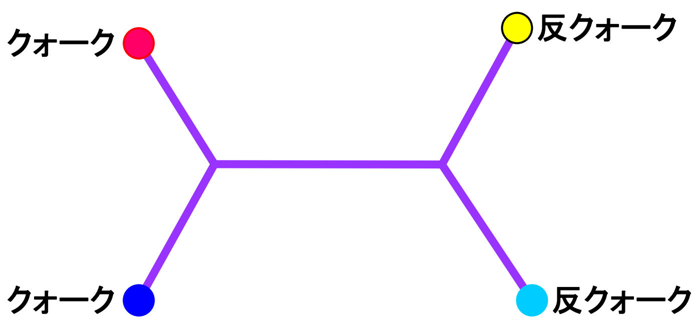
100 以上の異なる クォーク多体系の配位に対して高精度の格子QCD計算を行ない「マルチクォーク・ポテンシャルの関数形」を特定

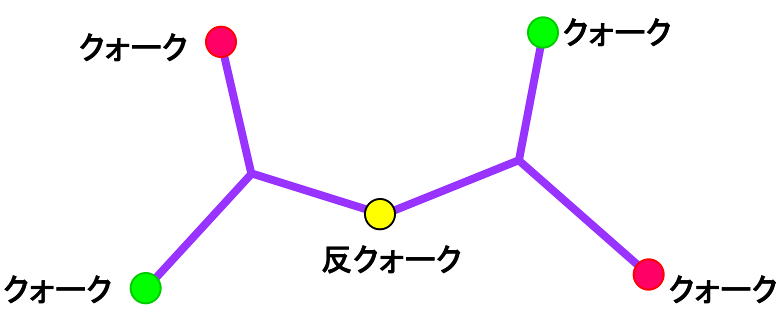
$$V_{NQ}(r) = \frac{g^2}{4\pi} \sum_{i<j}^{N} \frac{T_i^a T_j^a}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} + \sigma L_{min}$$

1グルーオン交換によるクーロン型ポテンシャル（consistent with P-QCD）

弦描像に基く線形の閉じ込めポテンシャル

L_{min} : N 個のクォークを最短で繋ぐストリングの長さの和

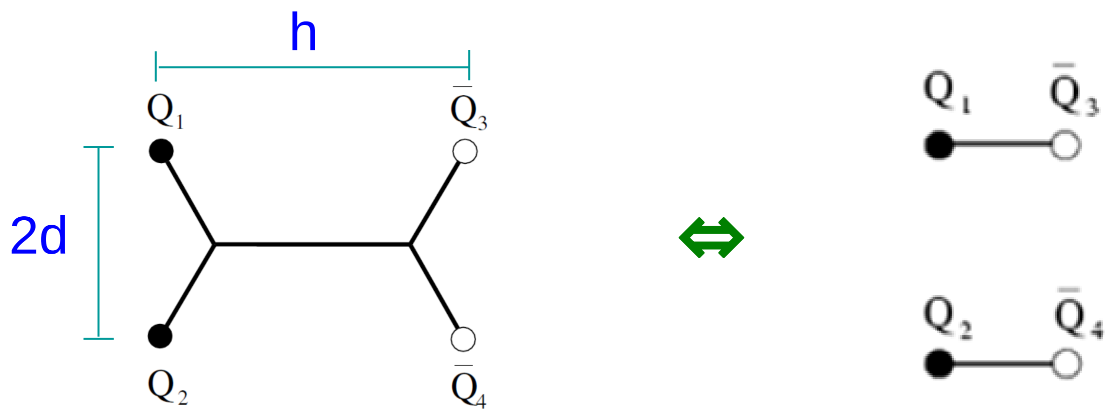


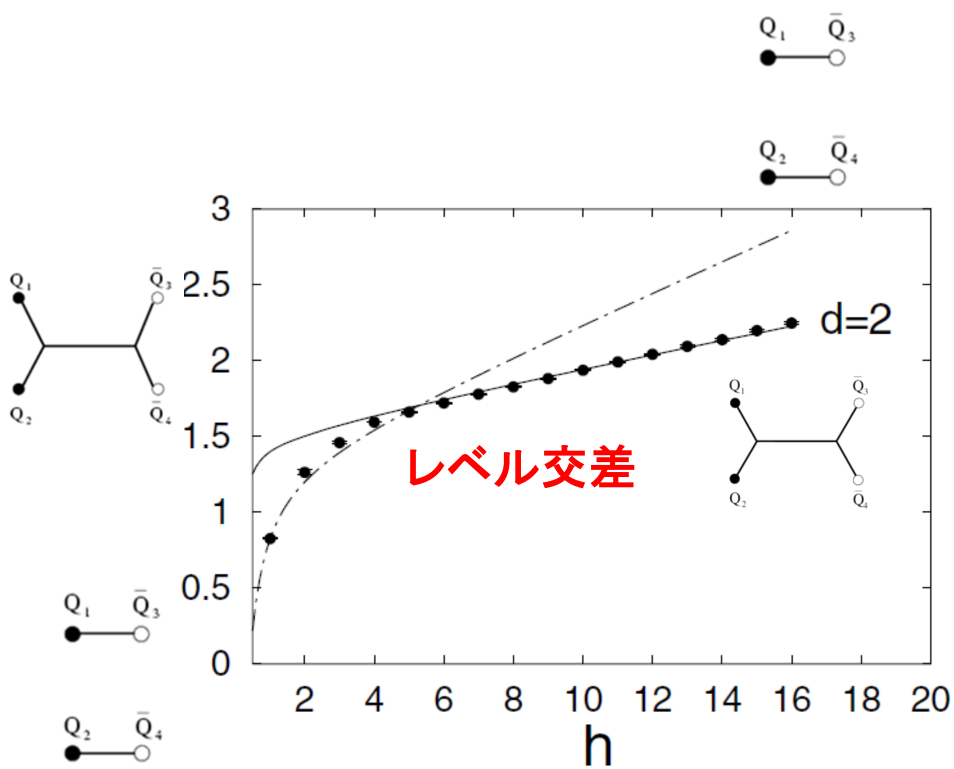


クォークの閉じ込め力に対する普遍性: $\sigma_{Q\bar{Q}} = \sigma_{3Q} = \sigma_{4Q} = \sigma_{5Q}$

クォーク多体系に対する長距離領域でストリング描像の妥当性

テトラクォーク系でのフリップ･フロップ：ストリングの組み換え





***N*個のクォークを結ぶ最短のストリングのトポロジーはクォークの配位に応じて変化する**
→フリップ･フロップ

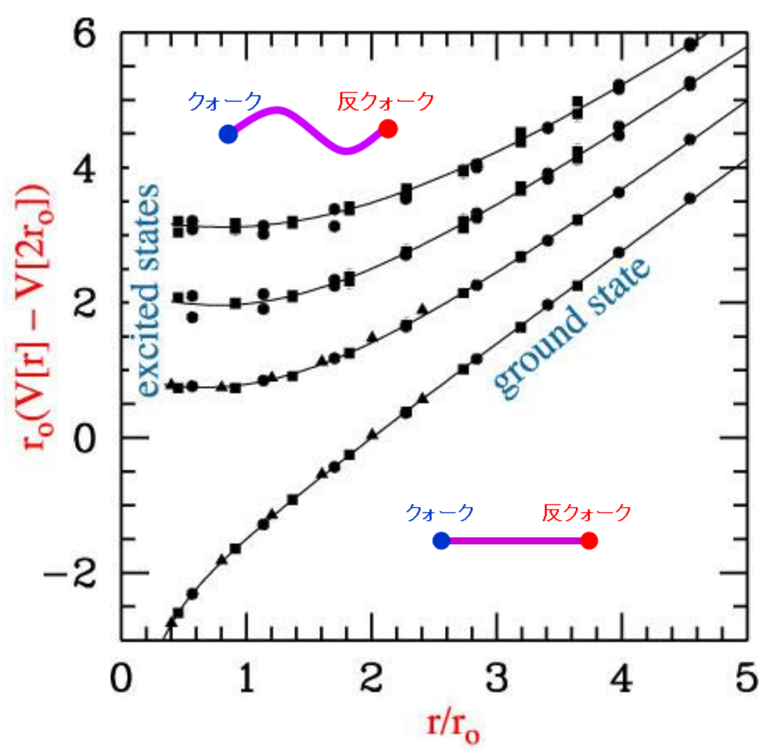
格子QCD計算で示されたフリップ･フロップの例

F. Okiharu, H.S. et al. PRD72 (2005) 014505

ハドロン弦の励起モードの研究（格子QCD）

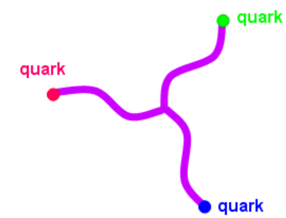
Gluonic Excitation in Q$\bar{Q}$ System

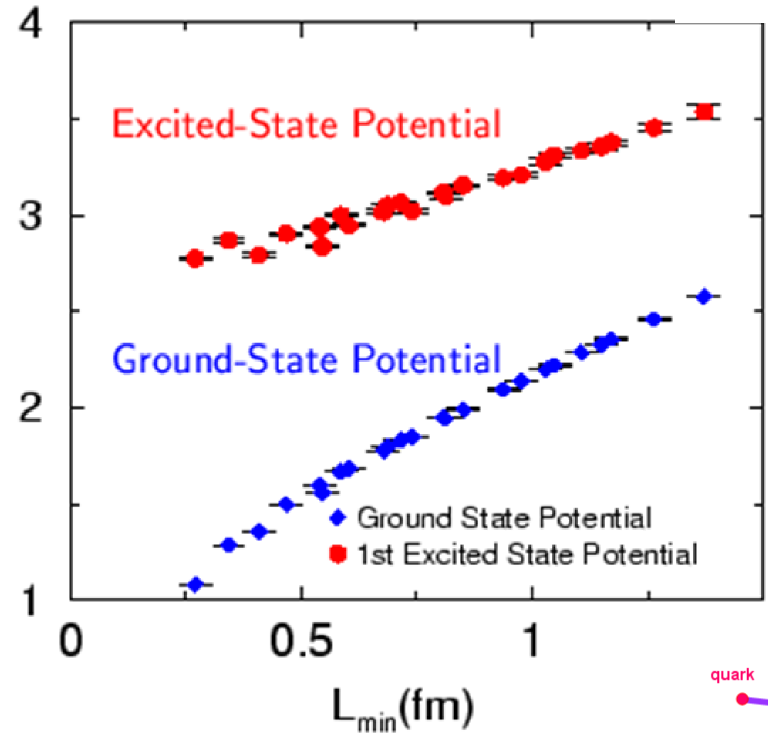
K.J. Juge, J. Kuti, C. Morningstar,
Phys. Rev. Lett. 90, 161601 (2003),
“Fine structure of the QCD string spectrum”

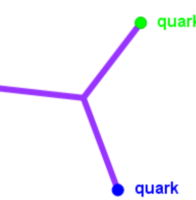


Gluonic Excitation in 3Q System

T.T.Takahashi and H.S.,
Phys. Rev. Lett. 90, 182001 (2003),
Phys. Rev. D70, 074506 (2004)







ハドロンの振動的励起は、弦の励起より幾分複雑で近距離では異なる

Q$\bar{Q}$系でも3Q系でもグルーオン的励起は1GeV程度とかなり大きい！

Lattice Study for Gluonic Excitation and Success of Quark Model

クォーク模型は、クォークの自由度のみで
ハドロンの現象論的な記述に成功している。
しかし、なぜグルーオンの自由度を入れなくても
クォーク模型は成功しているのか？

格子QCDによるグルーオン的励起の研究結果：

グルーオン的励起エネルギーは1GeV程度とかなり大きい！

～spin-orbit int.やspin-spin int.等の
クォーク由来の励起エネルギーと比べてかなり大きい！

⇒ 低エネルギーでは、グルーオン的な自由度は顕在化しない
クォーク由来の励起が主となり、クォーク自由度のみ顕在化

⇒ hybrid hadrons：1GeV程度の励起状態
Y(3940) ≒ 1.5GeV×2 + 1GeV

様々なカラー・チャージ間のポテンシャルの格子QCD計算

G.S.Bali, PRD62, 114503 (2000)

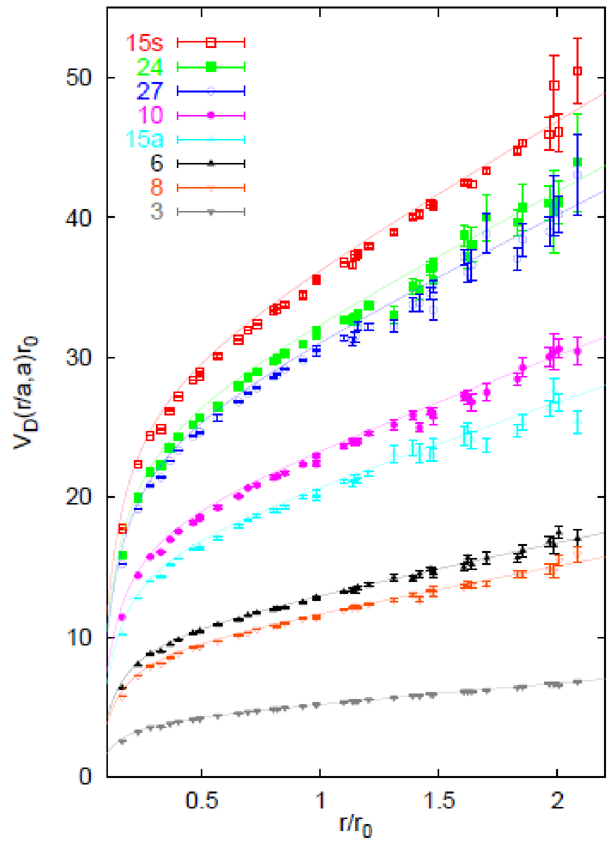


FIG. 4. The potentials for all measured representations, obtained at $\beta = 6.2$. Note that we did not subtract any self energy pieces but just rescaled the raw lattice data in units of r_0.

グルーオン間ポテンシャル
（随伴表現）

クォーク間ポテンシャル
（基本表現）

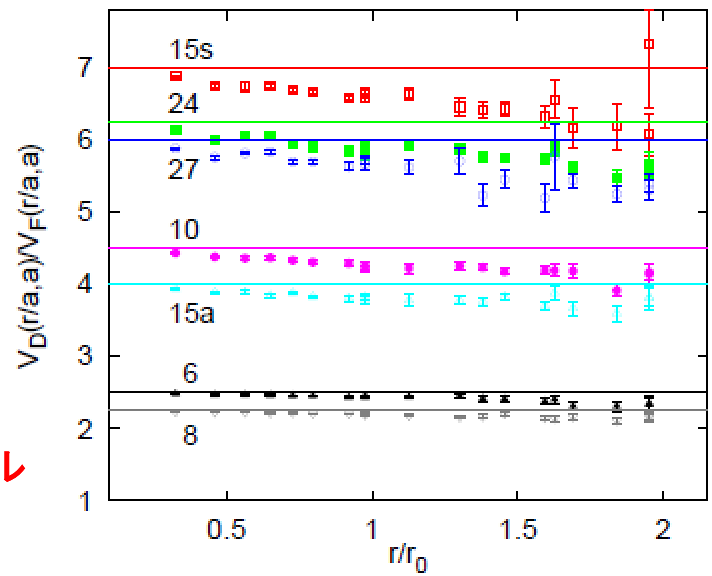


FIG. 5. The potentials normalised to the fundamental potential at $\beta = 5.8$, in comparison to the expectations from Casimir scaling (horizontal lines).

様々なカラー荷間のポテンシャルを
クォーク間ポテンシャルで割ったもの

カラー・チャージ間の“閉じ込め”ポテンシャルは、OGEP 同様
２次のカシミア演算子 $C_2(R)$ に ほぼ比例する

※グルーオン間ポテンシャルなどは動的なグルーオンにより赤外遮蔽される
⇒グルーオンに関しては閉じ込めの判定が不明確　　cf　full QCDでのクォーク

九後・小嶋のカラー閉じ込め理論

T. Kugo, I. Ojima, Prog. Theor. Phys. Suppl. 66, 1 (1979).

・共変的ゲージ（例えば ランダウ・ゲージ）固定での議論
・BRST対称性：共変的ゲージ固定後に残る大域的対称性で
その生成子 Q_Bはグラスマン的：$Q_B{}^2 = 0$ (Nilpotent)
・カルテット機構：Q_B |phys＞=0 という物理的空間では
BRST4重項はゼロノルムの組み合わせでしか現れない
～ BRST4重項は相互作用領域に"閉じ込め"られる

⇒カラーの閉じ込め理論（十分条件）

$$\frac{1}{V}\sum_{x,y} e^{-ip(x-y)}\langle \mathrm{tr}\left(\lambda^{a\dagger} D_\mu \frac{1}{-\partial D}[A_\nu, \lambda^b]\right)_{xy}\rangle = (\delta_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2})\underline{u^{ab}(q^2)}$$

$u^{ab}(0) = \delta^{ab}u(0)$ ：九後・小嶋パラメータ

もし　$u(0) = -1$　ならば、
物理的粒子（BRST1重項）は全てカラー1重項～カラーの閉じ込め

九後・小嶋のカラー閉じ込め理論と格子QCDでの検証の試み

T. Kugo, I. Ojima, Prog. Theor. Phys. Suppl. 66, 1 (1979).

$u^{ab}(0) = \delta^{ab} u(0)$:九後・小嶋パラメータ ～ グルーオンやゴーストの性質と関連

$q^2 = 0$:IRの振る舞い

$$\boxed{1 + u(0) = \frac{Z_1}{Z_3} = \frac{1}{\tilde{Z}_3}}$$

Z_3 : gluon wave-function renormalization factor

Z_1 : gluon vertex renormalization factor

$\tilde{Z}_3$: ghost wave-function renormalization factor

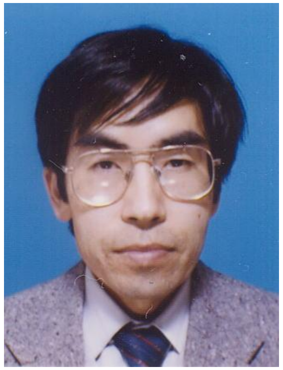
九後・小嶋条件

$$\boxed{u(0) = -1} \Rightarrow \begin{cases} Z_1 / Z_3 = 0 & \text{gluon} \\ \tilde{Z}_3 = \infty & \text{ghost} \end{cases}$$

格子QCDでの検証の試み

S. Furui, H. Nakajima, PRD 69, 074505 (2004).

$u(0) \approx -0.8$ （格子QCDの結果）



カラー閉じ込めの問題はグルーオンやゴーストのIRでの性質の問題

Landau gauge でのグルーオンやゴーストに関する
格子QCD研究が近年盛んに行われている

Landau gaugeの特徴

- Lorentz covariance を保つ
- Global な カラーSU(3)対称性を保つ
- ゲージ自由度による artificial な揺らぎを最小限に抑える
- QCDで頻繁に使われるゲージ

Euclid 計量での定義 (global-type definition)

- Gauge 変換により $\boxed{R = \int d^4x\, A_\mu^a(x) A_\mu^a(x)}$ を最小化

→ ゲージ自由度による artificial な揺らぎを最小化

- Local-type definition (Euclid, Minkowski): $\boxed{\partial^\mu A_\mu^a = 0}$

→ ゲージ場のある程度の連続性

Lattice studies for Gluon Propagator in Landau gauge

J.E. Mandula, M. Ogilvie, Phys. Lett. B185, 127 (1987).
"The gluon is massive: a lattice calculation of the gluon propagator in Landau gauge"
R. Gupta et al., Phys. Rev. D36, 2813 (1987). "The hadron spectrum on a 18^3 x 42 lattice"
C. W. Bernard, C. Parrinello, A. Soni, Phys. Rev. D49,1585 (1994).
"A lattice study of the gluon propagator in momentum space"
P. Marenzoni et al., PLB318, 511 (1993); NPB455, 339 (1995).
"High statistics study of the gluon propagator in the Landau gauge at β = 6.0"
A. Cucchieri, Nucl. Phys. B508, 353 (1997); Nucl. Phys. B521, 365 (1998).
"Gribov copies in the minimal Landau gauge: The influence on gluon and ghost propagators"
UKQCD, PRD58, 031501 (1998); PRD60, 094507 (1999). "Gluon propagator in the IR region"
F.D.R. Bonnet et al., Phys. Rev. D62, 051501 (2000); PRD64, 034501 (2001).
"Infrared behavior of the gluon propagator on a large volume lattice"
K. Langfeld, H. Reinhardt, J. Gattnar, NPB621, 131 (2002).
"Gluon propagators and quark confinement"
S. Furui, H. Nakajima, PRD69, 074505 (2004). "Infrared features of the Landau gauge QCD"
P.O. Bowman et al., PRD70, 034509 (2004). "Unquenched gluon propagator in Landau gauge"
A. Sternbeck, E.-M. Ilgenfritz, M. Mueller-Preussker, A. Schiller, PRD72, 014507 (2005).
"Towards the infrared limit in SU(3) Landau gauge lattice gluodynamics"
P. J. Silva and O. Oliveira, Phys. Rev. D 74, 034513 (2006).
"IR gluon propagator from lattice QCD: results from large asymmetric lattices"
A. Cucchieri, T. Mendes, O. Oliveira, P.J. Silva, PRD76, 114507 (2007).
"Just how different are SU(2) & SU(3) Landau propagators in the IR regime?"
A. Cucchieri and T. Mendes, Phys. Rev. Lett. 100, 241601 (2008).
"Constraints on the IR behavior of the gluon propagator in YM theories"
I. L. Bogolubsky, E.-M. Ilgenfritz, M. Mueller-Preussker, A. Sternbeck, PLB 676, 69 (2009).
"Lattice gluodynamics computation of Landau gauge Green's functions in the deep infrared"

There are so many studies.
This is only a part of the List…

Gluon/Ghost Propagator in Landau Gauge in Lattice QCD

I.L. Bogolubsky et al. PLB676, 69 (2009)

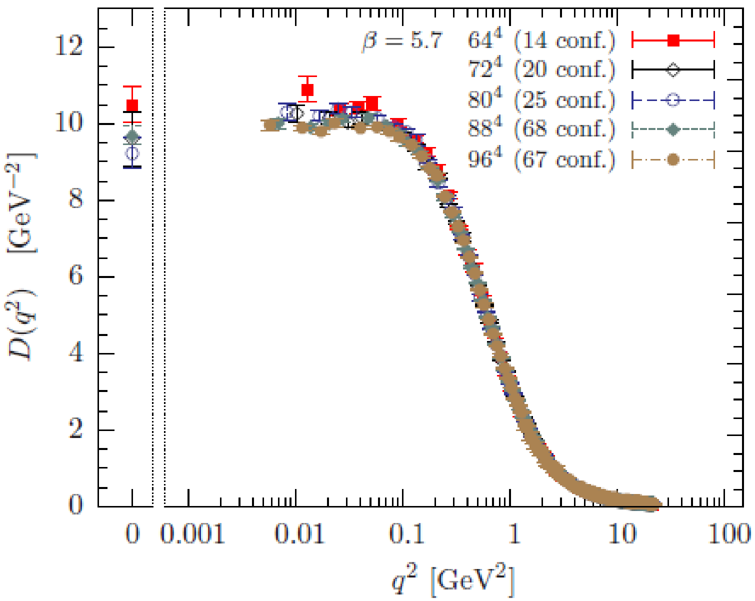


Figure 2: The bare lattice gluon propagator $D(q^2)$ versus q^2 for $\beta = 5.70$ and various lattice sizes. We also show data on $D(0)$ (left).

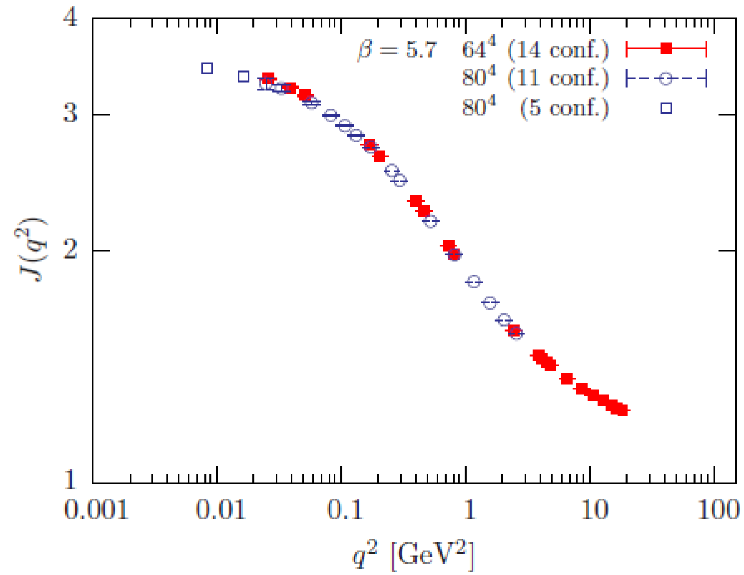


Figure 4: Bare ghost dressing function $J(q^2)$ versus q^2 for $L = 64, 80$ at $\beta = 5.70$. Errors are not shown at the two lowest q^2 (squares).

Gluon Propagator (mom. space log-plot)

Ghost dressing function

L=12~18 fm の巨大サイズの格子QCD計算

Deep-IR 領域でのグルーオンやゴーストの振る舞いは閉じ込めと密接に関連

有限なD(0) ⇒シュウィンガー･ダイソン方程式の decoupling solution を示唆

R. Alkofer and L. von Smekal, Phys. Rept. 353, 281 (2001).

K.-I. Kondo, Phys. Lett. B678, 322 (2009).

Gluon Propagator の関数形（Landau Gauge，格子QCD）

$$D(r) \equiv \frac{1}{3(N_c^2-1)} D^{aa}_{\mu\mu}(x) = \frac{1}{3(N_c^2-1)} \langle A^a_\mu(x) A^a_\mu(0) \rangle$$

T. Iritani, H.S., PRD80 (2009) 114505

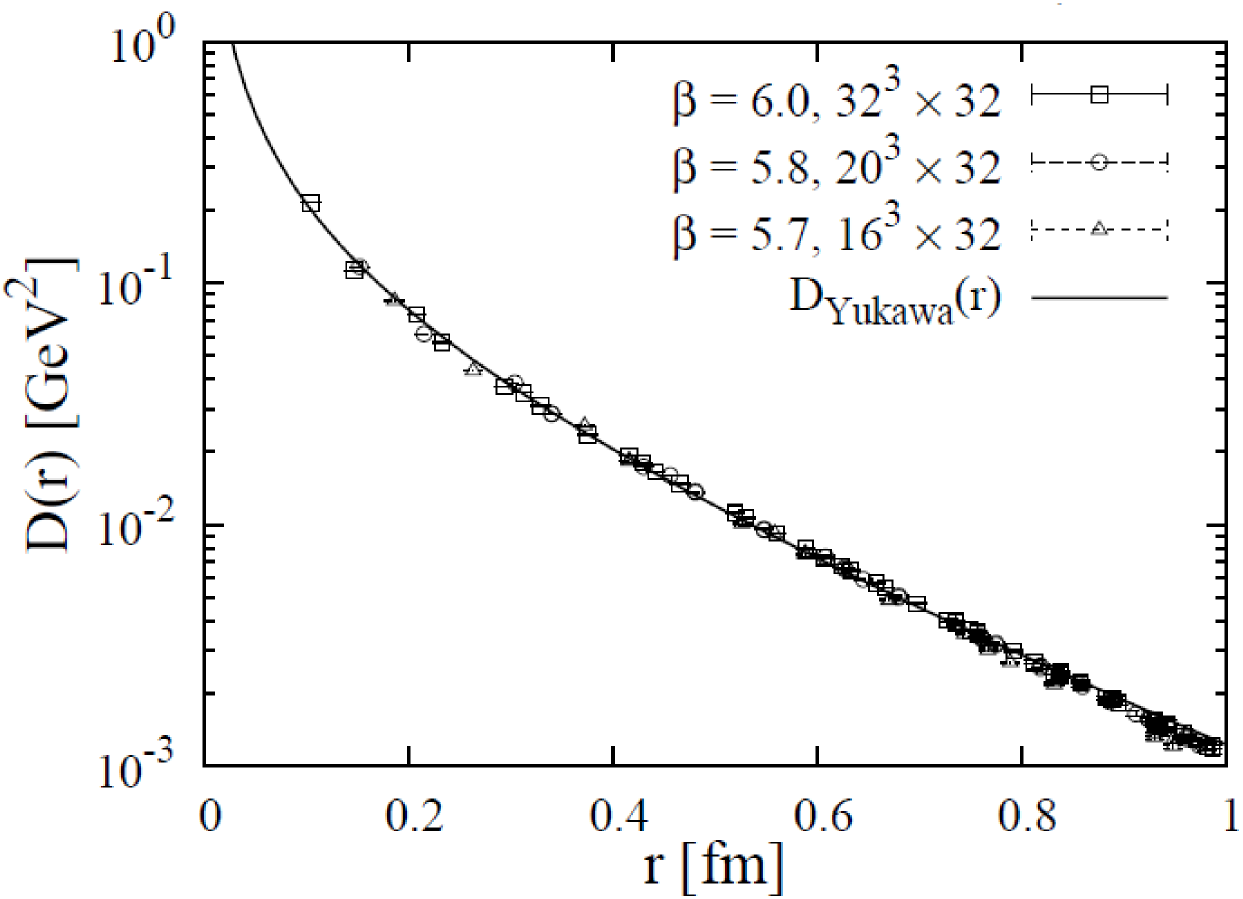


FIG. 7: The Yukawa-type function $D_{\rm Yukawa}(r) = Ame^{-mr}/r$ (solid line) with $m = 0.624$GeV and $A = 0.237$ obtained by the fit analysis at $\beta = 6.0$, and the lattice QCD data of the scalar-type gluon propagator $D(r)$ in the Landau gauge at β=5.7, 5.8, and 6.0 in the range of $r = 0.1 \sim 1.0$fm. The

r = 0.1~1.0fm では
4次元ユークリッド時空での
Gluon Propagator は
湯川関数で表される

$$D(r) \equiv \frac{1}{24} D^{aa}_{\mu\mu}(r) = A\frac{m}{r}e^{-mr}$$

※湯川関数は実は3次元的
（4次元では修正ベッセル関数）

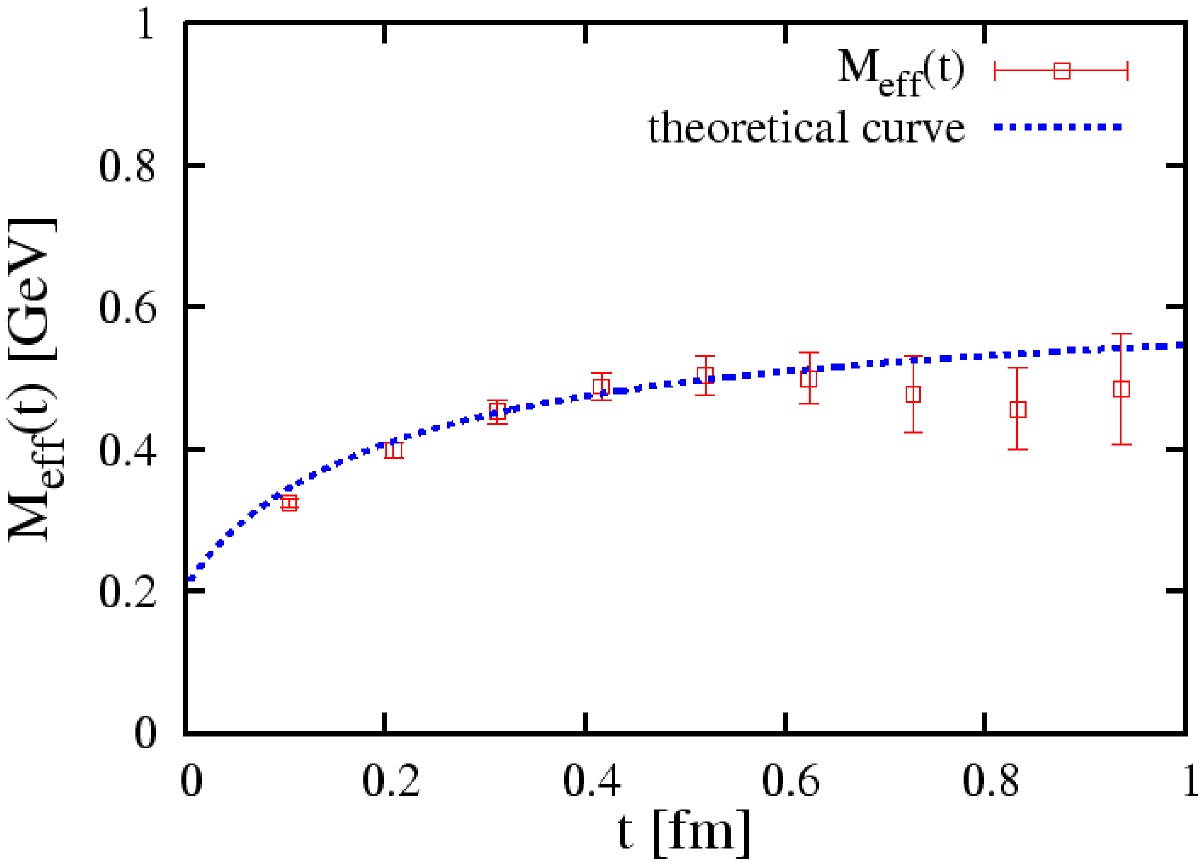
グルーオンの4次元時空での伝播は“3次元的”？
～伝播の低次元化？

グルーオンの赤外有効質量

$$\boxed{m \simeq 600\mathrm{MeV}}$$

グルーオンの有効質量: Landau gaugeでの格子QCD計算

T. Iritani, H.S., PRD80 (2009)



4D Yukawa propagator ⇒

$$M_{\rm eff}(t) = \ln \frac{D_0(t)}{D_0(t+1)} = \ln \frac{tK_1(mt)}{(t+1)K_1(m(t+1))}$$

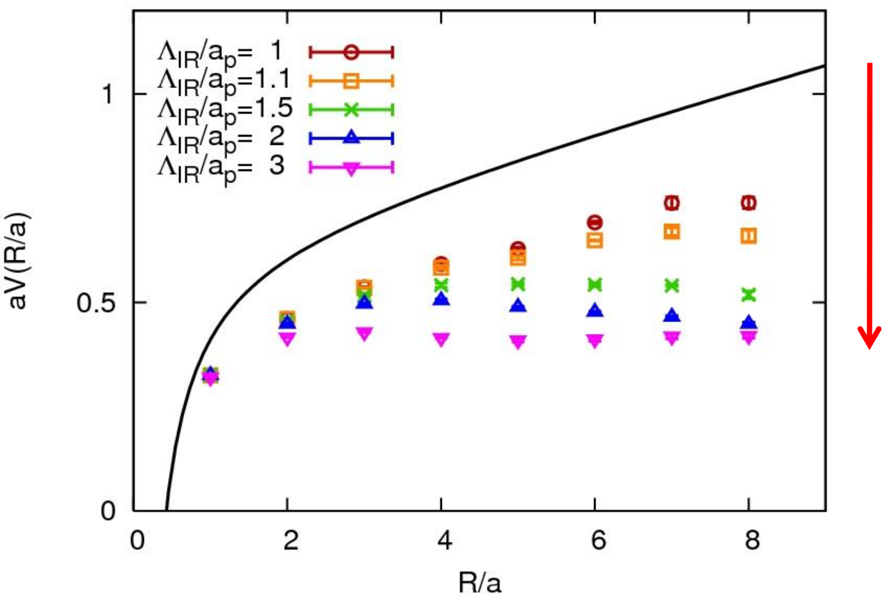
グルーオンの有効質量は　近距離では小さく　遠距離では大きい：600MeV程度
～ハドロンなどの通常の場とは逆で奇妙な振る舞い

閉じ込めに重要なグルーオンの運動量成分は？
⇒ 格子QCD による定量的な解析

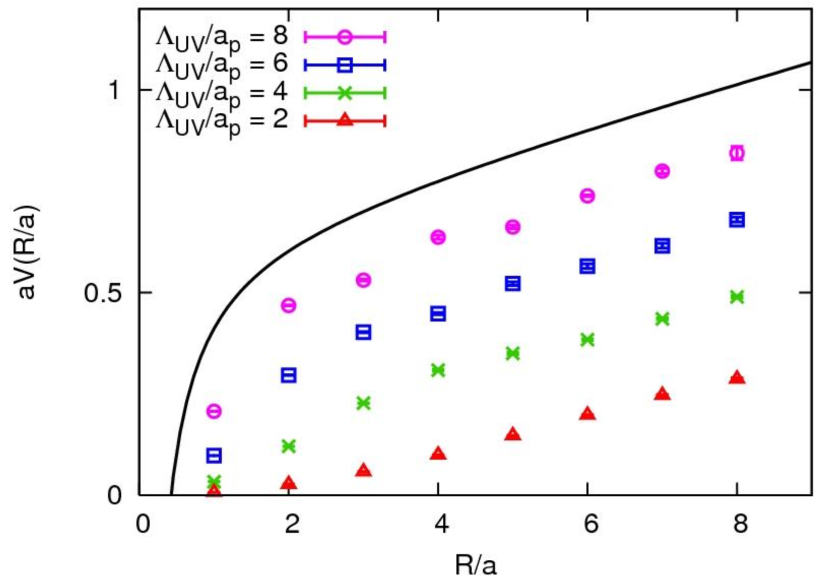
A. Yamamoto and H. S,
“Lattice Analysis for the Energy Scale of QCD Phenomena”, *PRL* (2008).
“Relevant Energy Scale of Color Confinement from Lattice QCD”, *PRD* (2009).

グルーオンに IR/UV cut を施した場合のクォーク間ポテンシャル

クォーク間ポテンシャルvs IR cut



クォーク間ポテンシャルvs UV cut



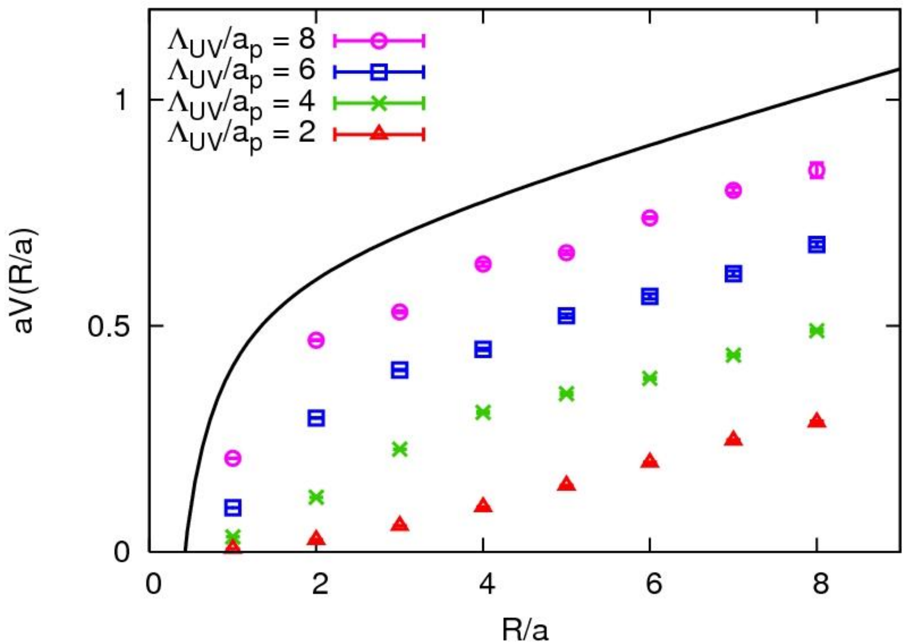
**グルーオンのIR成分をカットすると、
閉じ込め力は大きく変化し消失。
クーロン部分はあまり変化しない。**

**グルーオンのUV成分をカットすると、
クーロン部分は大きく変化し消失。
閉じ込め力はあまり変化しない。**

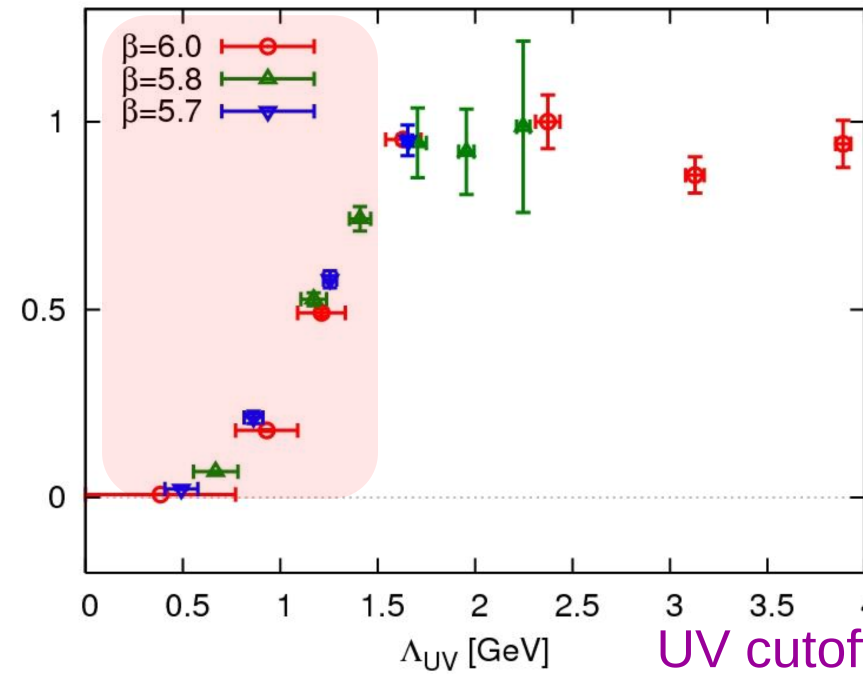
QCDの非摂動的性質の本質は低エネルギーのグルーオン

A. Yamamoto and H. S,
"Lattice Analysis for the Energy Scale of QCD Phenomena", *PRL* (2008).
"Relevant Energy Scale of Color Confinement from Lattice QCD", *PRD* (2009).

クォーク間ポテンシャルvs UV cut



閉じ込め力 vs UV cut



クォークの閉じ込め現象をグルーオンの運動量成分という視点で定量的に解析
(グルーオンの揺らぎを最小化するランダウ・ゲージ)

1.5GeV以上のグルーオン成分をカットしても閉じ込め力に変化なし
閉じ込め現象に寄与するグルーオンの運動量成分は1.5GeV以下

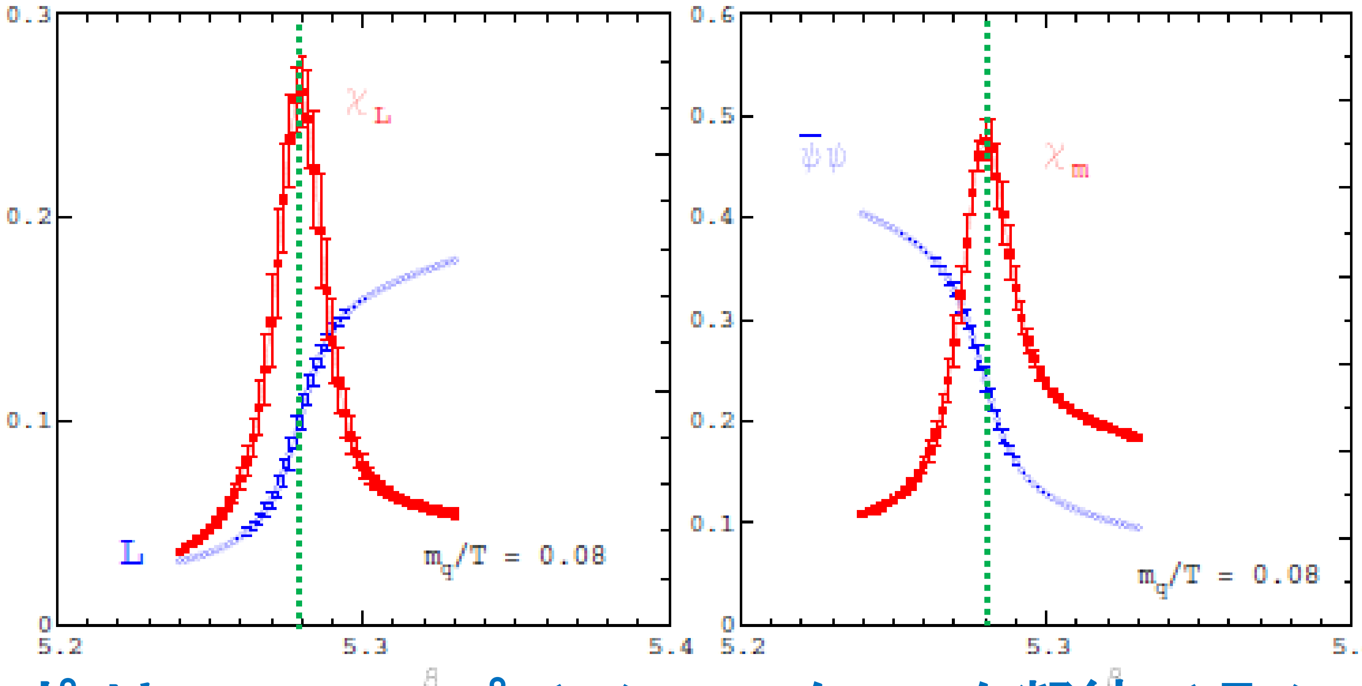
Confinement と Chiral Symmetry Breaking の相関

有限温度や有限体積効果でのQCD相転移の様相などから、
両者には密接な対応関係があるのは明らか
～Deconfinement と Chiral Symmetry Restoration の一致

ただし、両者の関係はあまり良く分かっていないのが現状

QCD相転移温度（Deconfinement と Chiral Restoration）の一致
～閉じ込めとカイラル対称性の破れとの関連性を示唆

格子QCD計算の例　　F. Karsch, Lect. Notes Phys. (2002)



ポリヤコフ・ループ＜P＞　　**クォーク凝縮＜q̄q＞**

クォークの閉じ込め　　**カイラル対称性**

Fig. 2. Deconfinement and chiral symmetry restoration in 2-flavour QCD: Shown is $\langle L \rangle$ (left), which is the order parameter for deconfinement in the pure gauge limit ($m_q \to \infty$), and $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$ (right), which is the order parameter for chiral symmetry breaking in the chiral limit ($m_q \to 0$). Also shown are the corresponding susceptibilities as a function of the coupling $\beta = 6/g^2$.

クォーク閉じ込めの order parameter

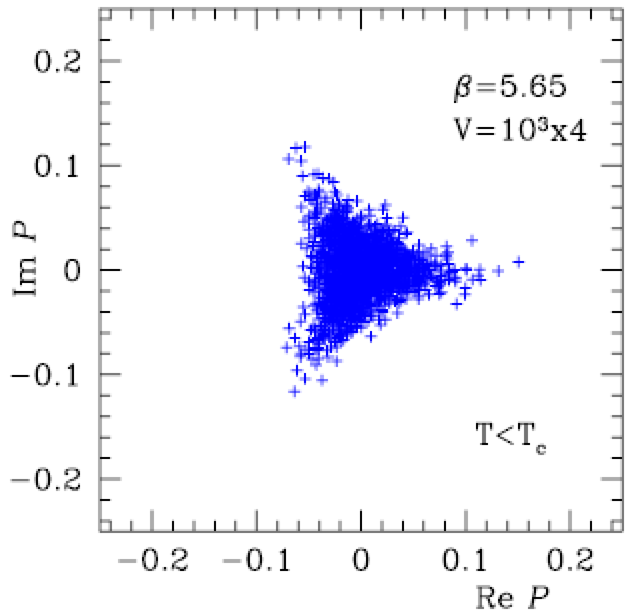
クォークの閉じ込めの order parameter :
ポリアコフ・ループの真空期待値＜P＞
⇔クォークの1粒子自由エネルギー E_q
＜P＞~exp(-$E_q T$)

対応する対称性：センターZ$_3$対称性　Z$_3$⊂SU(3)

“動的なクォークが無い場合” 又は“クォークの質量が∞の場合”は、この Z$_3$対称性は well-defined で、＜P＞と閉じ込めの関係も OK

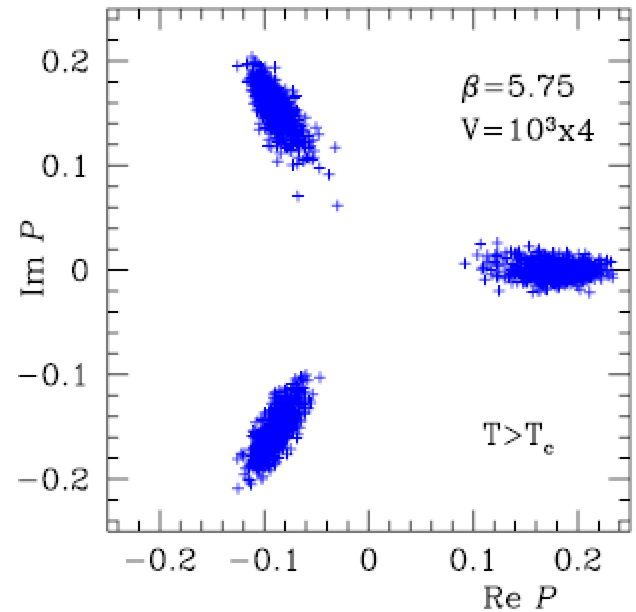
動的なクォークがある場合は、クォークの運動項の為にZ$_3$対称性は 顕わに破れ、well-defined ではない。
また、動的クォークの生成による遮蔽効果により
＜P＞と閉じ込めの関係も straightforward ではなくなる。

Polyakov Loop <P>: scatter plot



Confinement phase

Z3-symmetric phase



Deconfinement phase

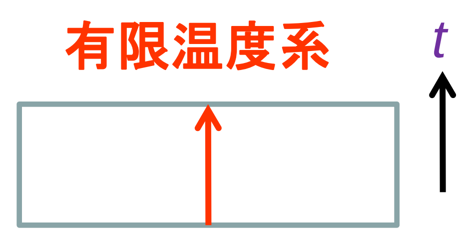
Z3-broken phase

Polyakov Loop: $\mathrm{P} \equiv \mathrm{Tr}\, P \exp\left(i\int_0^\beta A_4(\vec{x},t)dt\right)$

Z3対称性: $U_4(\vec{x},t) \rightarrow z(t)U_4(\vec{x},t)$

$z(t) \in Z_3 \subset \mathrm{SU}(3)$

有限温度系



t 方向に周期的境界条件

カイラル対称性の order parameter

カイラル対称性の破れの order parameter：
カイラル凝縮（クォーク凝縮）$< \bar{q}q >$

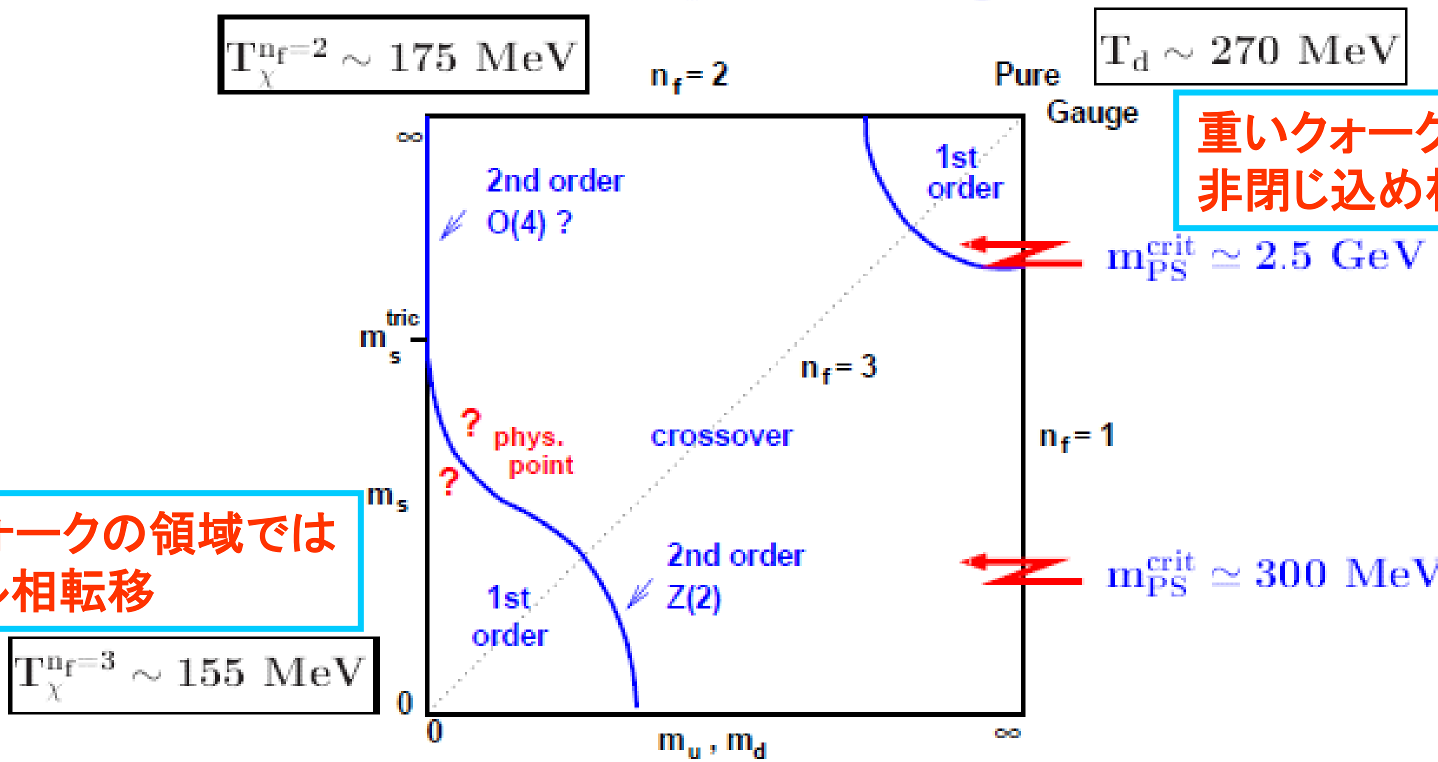
クォークの質量が0の場合は、カイラル対称性は well-definedで、
$< \bar{q}q >$とカイラル対称性の破れの関係も OK

クォークに質量がある場合は、クォークの質量項の為に
カイラル対称性は 顕わに破れ、well-defined ではない。
$< \bar{q}q >$も well-defined な order parameter ではなくなる。

クォーク質量からみたQCD相図

F. Karsch, Lect. Notes Phys. (2002)

3-flavour phase diagram



重いクォークの領域では
非閉じ込め相転移

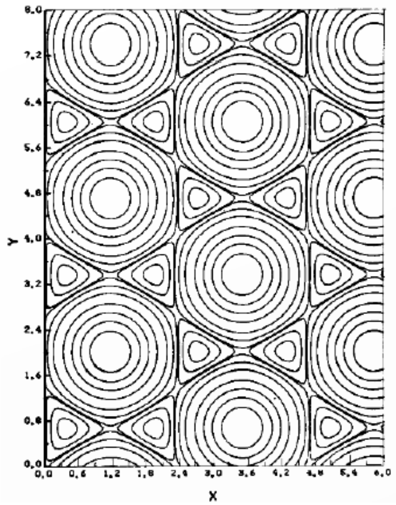
軽いクォークの領域では
カイラル相転移

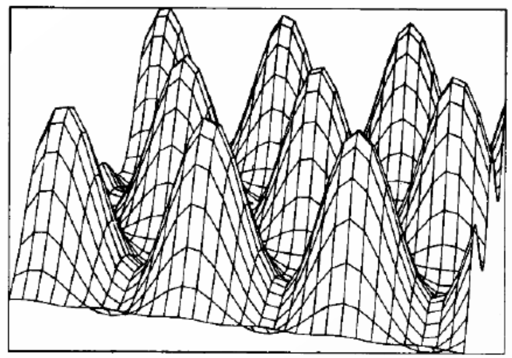
Fig. 1. The QCD phase diagram of 3-flavour QCD with degenerate (u,d)-quark masses and a strange quark mass m_s.

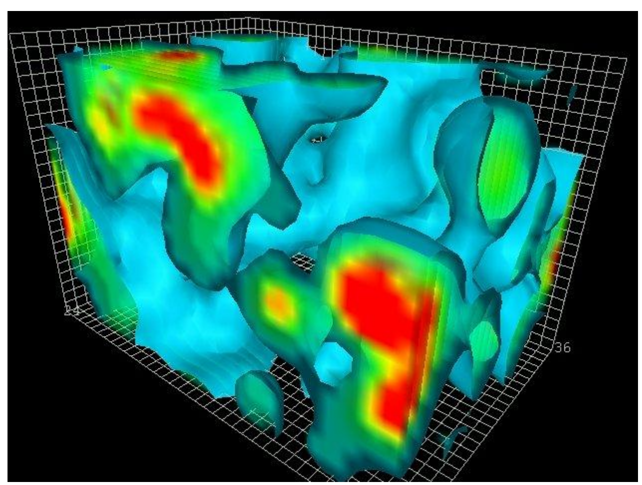
中間のクォーク質量領域では、厳密には　カイラル相転移とも非閉じ込め相転移とも
言えない　～カイラル凝縮もポリヤコフ・ループも良いオーダーパラメータではない

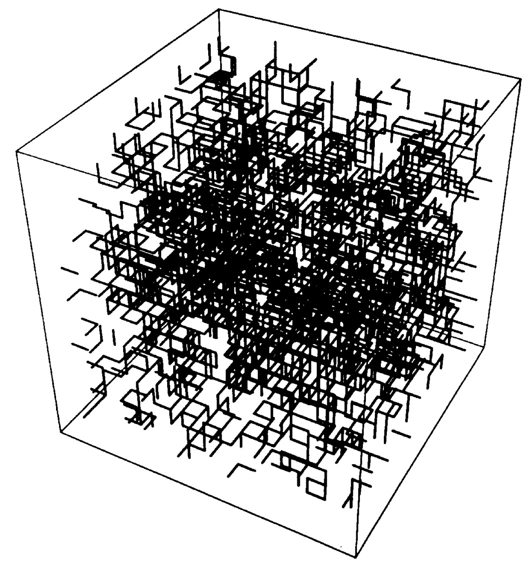
カイラル相転移と非閉じ込め相転移の対応関係は不明

4. 非摂動的QCD真空に関する諸研究









クォークの閉じ込め機構の研究

カラー電気力線が１次元状に絞り込まれる
→ クォーク間に線形の閉じ込めポテンシャルの形成
（cf. コンデンサー）

では、どの様なメカニズムで QCD真空において
カラー電気力線が１次元状に絞られるのか？

永年にわたる超難問であり、
現代物理学における未解決問題の１つ

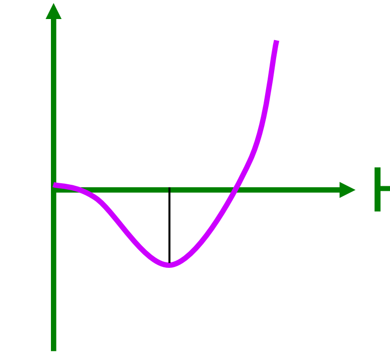
QCDにおけるカラーの閉じ込めなどの非摂動効果の解析的証明は数学的にも極めて重要な超難問であり、100万ドルの懸賞金が掛けられている

QCDのカラー磁気的不安定性 ~ Savvidy vacuum

G.K.Savvidy (1977):

一定のカラー磁場 H がある下での
SU(2) YM理論の1 loop-level のエネルギー密度ε(H)

$$\boxed{\varepsilon(H)-\varepsilon(0)=\frac{1}{2}H^2+\frac{11(gH)^2}{48\pi^2}\ln\frac{gH}{\mu^2}-i\frac{(gH)^2}{8\pi}}$$



極値条件： $\frac{\partial}{\partial H}\mathrm{Re}\{\varepsilon(H)\}=H+\frac{11g^2H}{24\pi^2}\left(\ln\frac{gH}{\mu^2}+\frac{1}{2}\right)=0$

$$\boxed{gH=\mu^2\exp\left[-\left(\frac{24\pi^2}{11g^2}+\frac{1}{2}\right)\right]}$$ のときが安定

カラー磁場の自発的生成 ~ QCDのカラー磁気的不安定性

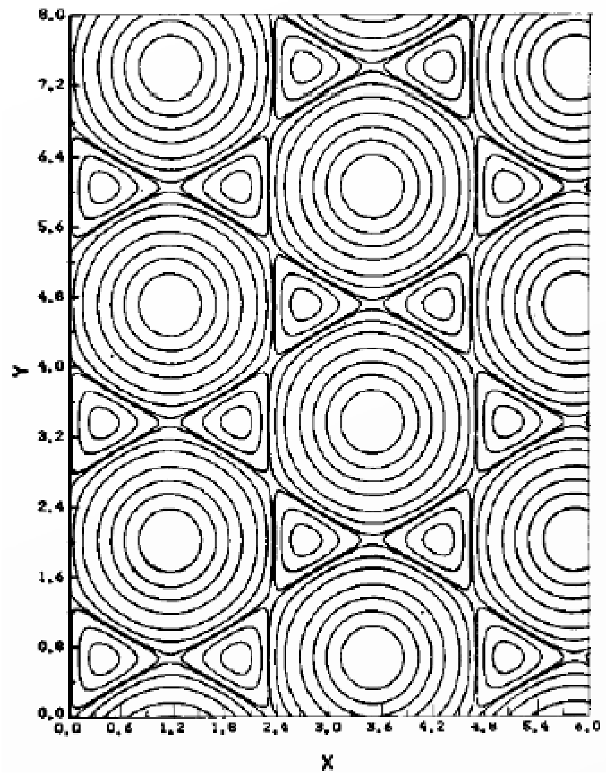
H $\neq 0$ i.e. $\langle G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}\rangle > 0$

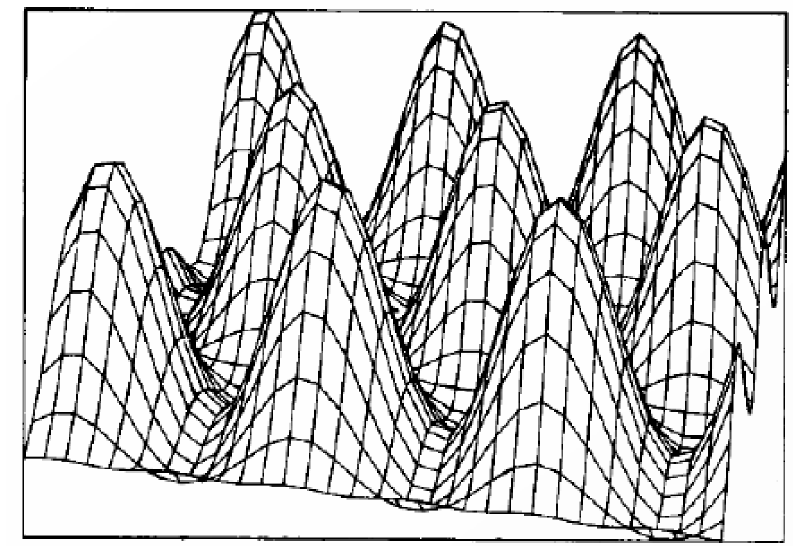
QCDのカラー磁気的不安定性 ~ Copenhagen vacuum

Ambjorn-Olesen NPB170 (1980)

Ambjorn-Olesen solution：QCDの1 loop-level effective actionの解

QCDのカラー磁気的不安定性→カラー磁場の複雑な系〜Copenhagen vacuum

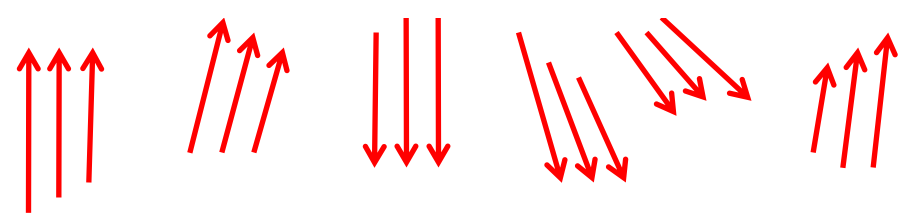




マクロには domain 構造

〜 Infraredには random

→ Spaghetti 真空



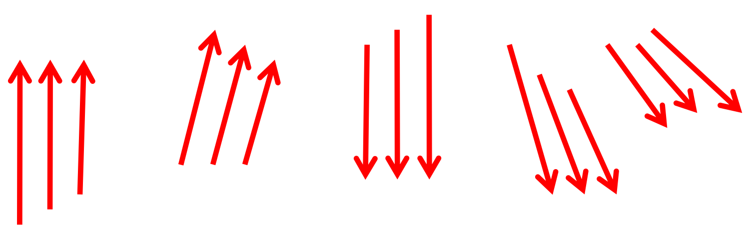
color-magnetic fields

グルーオン凝縮とQCD真空のカラー磁気不安定性

Large positive gluon condensate in the Minkowski space

$$\frac{\alpha_s}{\pi}\left\langle G^a_{\mu\nu} G_a^{\mu\nu} \right\rangle = \frac{2\alpha_s}{\pi}\left\langle \mathrm{H}_a^2 - \mathrm{E}_a^2 \right\rangle = (200-300\,\mathrm{MeV})^4 > 0$$

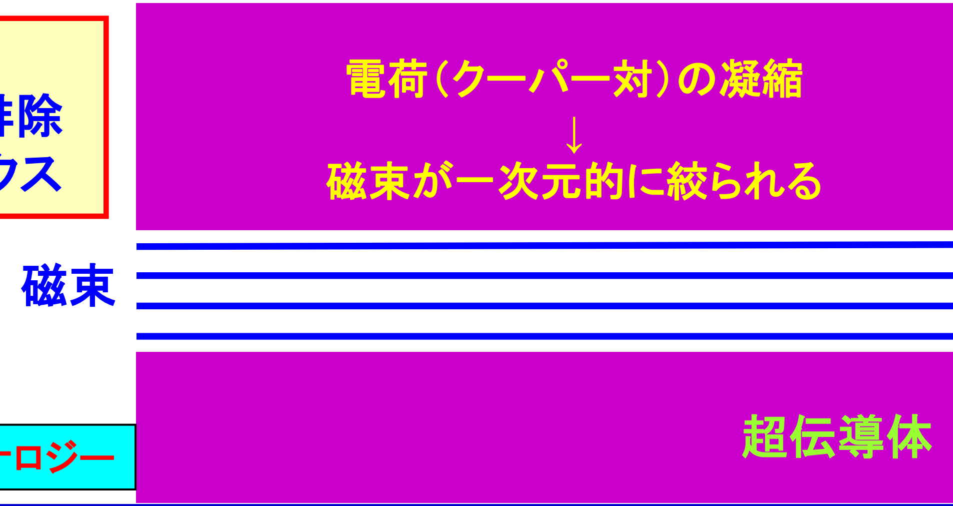
⇒ QCD vacuum is filled with the color-magnetic field,
which is considered to be highly random at the infrared scale.



IRスケールではcolor-magnetic field の domain がランダムに配位

クォークの閉じ込めに対する双対超伝導描像

超伝導体中での
マイスナー効果：磁束の排除
⇒ アブリコソフ・ボルテックス

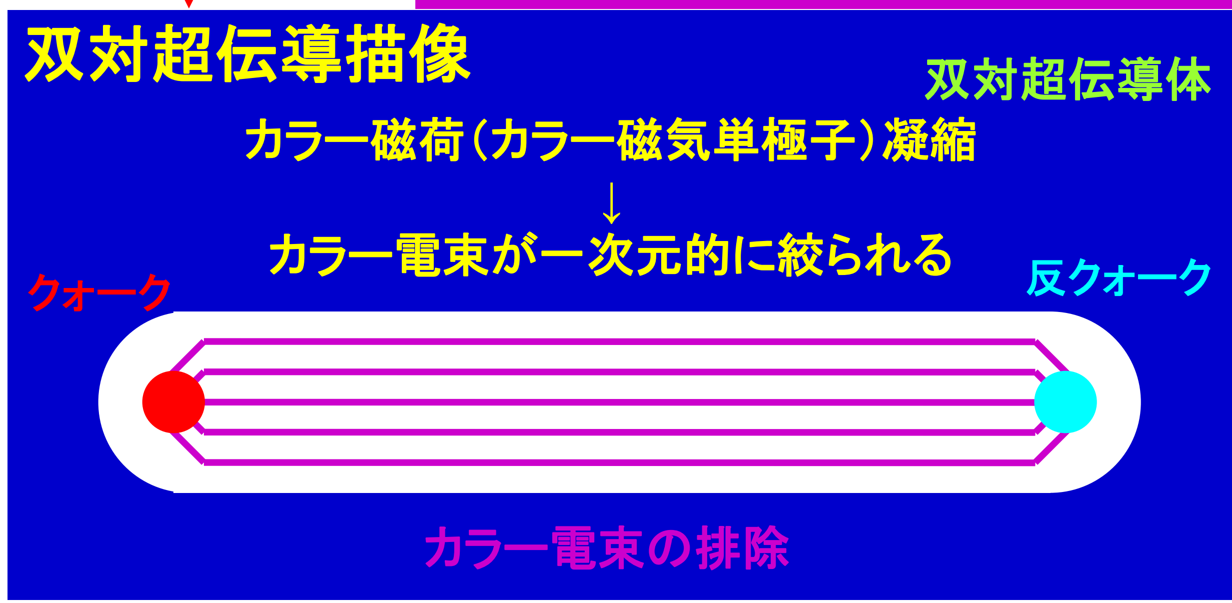


電磁気学における双対性：
電場と磁場の入れ替えに対する
マックスウェル方程式の対称性

アナロジー

$$\begin{cases} \partial_\mu F^{\mu\nu} = j^\nu \\ \partial_\mu {}^*F^{\mu\nu} = k^\nu \end{cases}$$

南部・トフーフトら (1974)



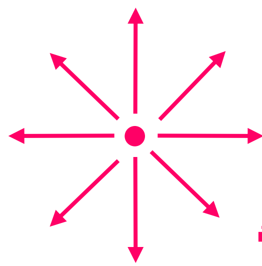
1990年以降 格子QCD計算等を用いて
双対超伝導描像の妥当性が研究されている

通常相での電磁気学

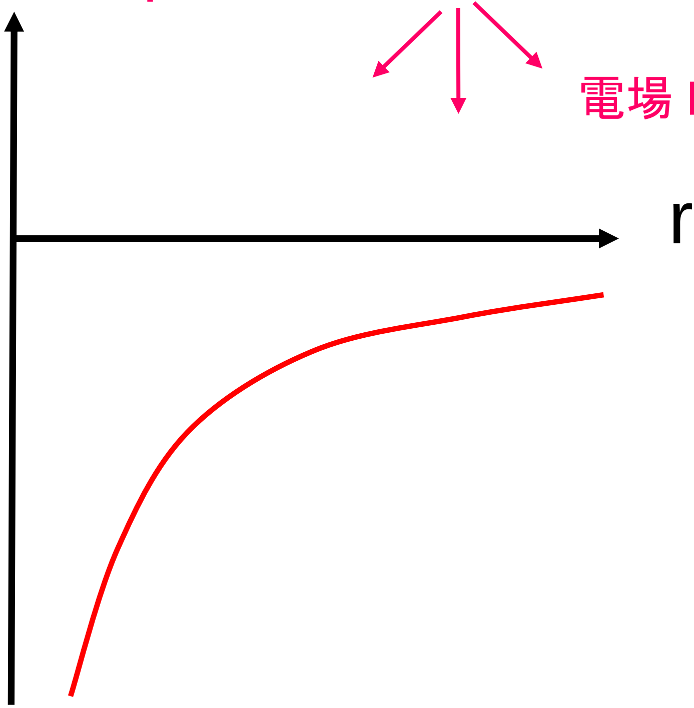
マックスウェル方程式

$$\begin{cases} \partial^\mu F_{\mu\nu} = j_\nu \\ \partial^\mu {}^*F_{\mu\nu} = k_\nu \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \nabla \cdot E = \rho_e \\ \nabla \cdot H = \rho_m \end{cases}$$

$$V_e(r) = -\frac{e^2}{r}$$

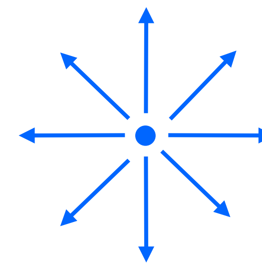


電場 E

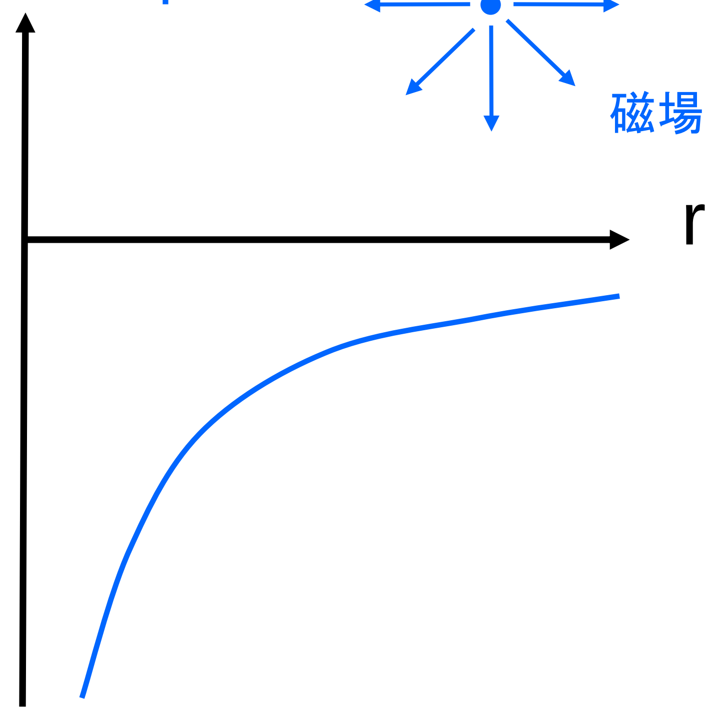


電荷間ポテンシャル
～クーロン・ポテンシャル

$$V_m(r) = -\frac{g^2}{r}$$



磁場 H



磁荷間ポテンシャル
～クーロン・ポテンシャル

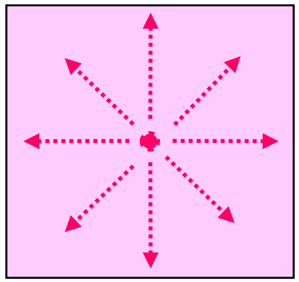
超伝導体中の電磁気学

ロンドン方程式 $\boxed{\partial^\mu F_{\mu\nu} + m^2 A_\nu = j_\nu}$

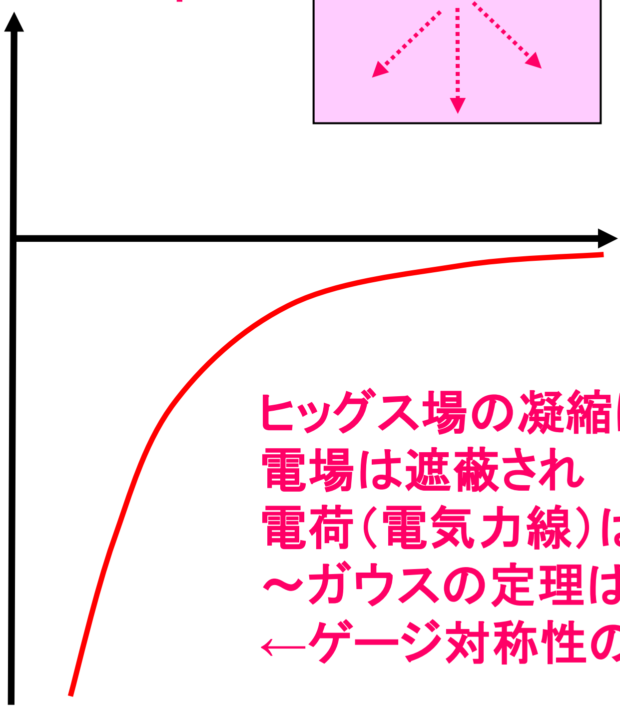
$\Rightarrow (\partial^2 + m^2) A_\nu = j_\nu \qquad \partial^\mu A_\mu = 0$

$\Downarrow$

$V_e(r) \propto -\dfrac{e^{-mr}}{r}$



電場 E



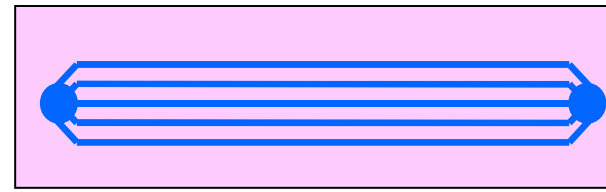
ヒッグス場の凝縮により
電場は遮蔽され
電荷（電気力線）は非保存
～ガウスの定理は成立せず
←ゲージ対称性の破れ

電荷間ポテンシャル
～湯川ポテンシャル

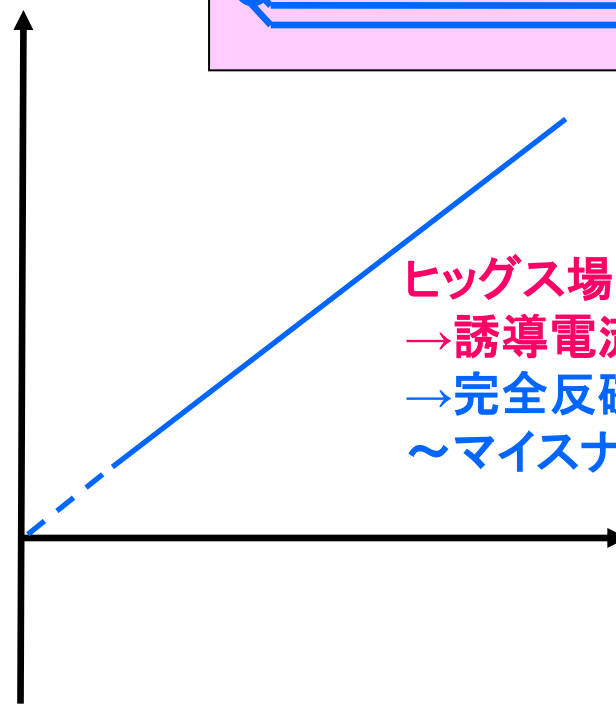
$\partial^\mu {}^*F_{\mu\nu} = k_\nu$

磁荷（磁力線）は保存
～ガウスの定理成立
←双対ゲージ対称性

$V_m(r) \sim \sigma r$



磁場 **H**



ヒッグス場の凝縮
→誘導電流
→完全反磁性
～マイスナー効果

磁荷間ポテンシャル
～線形ポテンシャル

双対超伝導体中の電磁気学

双対ロンドン方程式 $\boxed{\partial^{\mu}\, {}^{*}F_{\mu\nu} + m^2 B_{\nu} = k_{\nu}}$ $\Rightarrow$ $\partial^{\mu} B_{\mu} = 0$

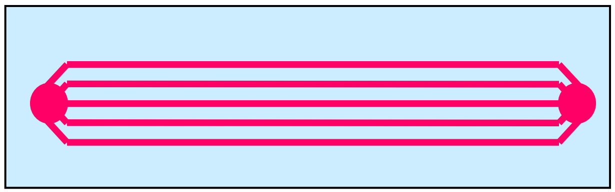
$(\partial^2 + m^2) B_{\nu} = k_{\nu}$

$\Downarrow$

$\partial^{\mu} F_{\mu\nu} = j_{\nu}$

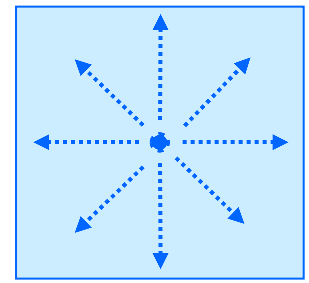
ゲージ対称性→
電荷（電気力線）は保存

$V_e(r) \sim \sigma\ r$

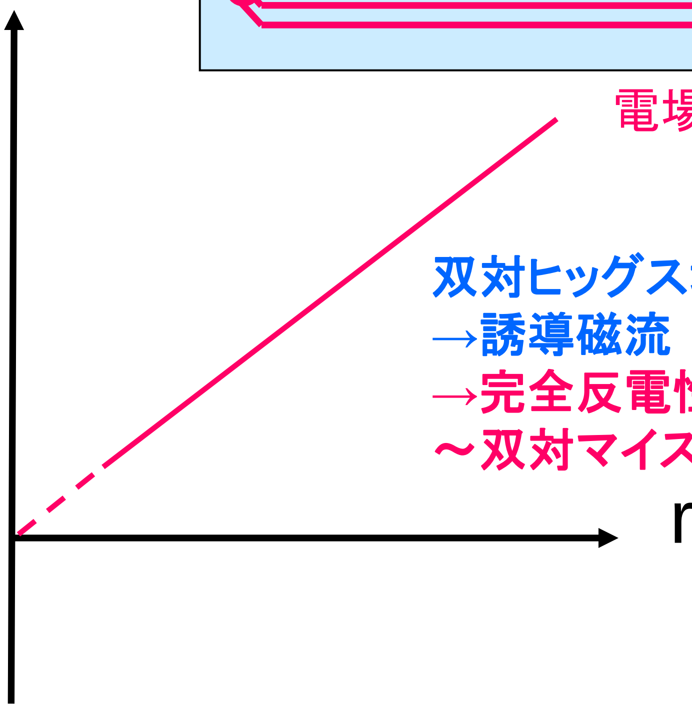


電場 E

$V_m(r) \propto -\dfrac{e^{-mr}}{r}$

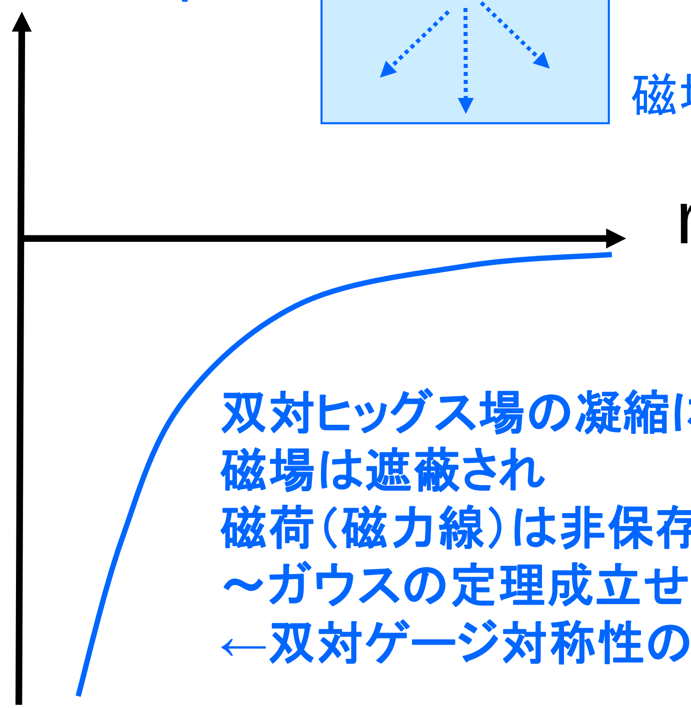


磁場 H



双対ヒッグス場の凝縮
→誘導磁流
→完全反電性
～双対マイスナー効果

電荷間ポテンシャル
～線形ポテンシャル



双対ヒッグス場の凝縮により
磁場は遮蔽され
磁荷（磁力線）は非保存
～ガウスの定理成立せず
←双対ゲージ対称性の破れ

磁荷間ポテンシャル
～湯川ポテンシャル

Dual Ginzburg-Landau Theory

・MA gaugeでのQCDの有効理論
・閉じ込めとカイラル対称性が同時に扱える

Dual London 理論の定式化:
"Abelian Dominance and Quark Confinement in Yang-Mills Theories",
Z.F. Ezawa, A. Iwazaki, Phys. Rev. D25, 2681 (1982).

Dual Ginzburg-Landau (DGL) 理論の定式化:
"An Infrared Effective Theory of Quark Confinement Based on Monopole Condensation",
S. Maedan and T. Suzuki, Prog. Theor. Phys.81, 229-240 (1989).

DGL 理論での閉じ込めとカイラル対称性の自発的破れの研究:
"Color Confinement, Quark Pair Creation and Dynamical Chiral-Symmetry Breaking in the Dual Ginzburg-Landau Theory",
H. Suganuma, S. Sasaki, H. Toki , Nucl. Phys. B435, 207-240 (1995).

Dual Ginzburg-Landau Theory での
閉じ込めとカイラル対称性の自発的破れの研究

"Color Confinement, Quark Pair Creation and Dynamical Chiral-Symmetry Breaking in the Dual Ginzburg-Landau Theory",
H. S., S. Sasaki, H. Toki , Nucl. Phys. B435, 207-240 (1995).

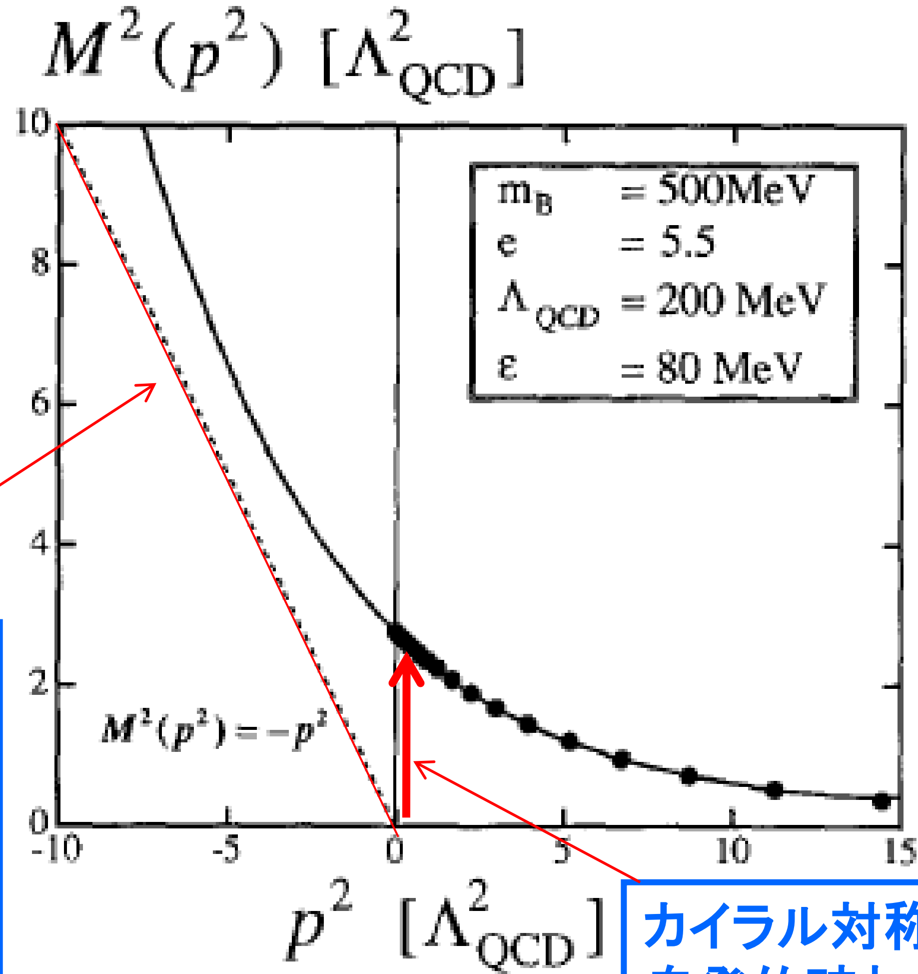
双対ギンツブルグ・ランダウ理論で
クォークに対するシュウィンガー・ダイソン方程式を定式化して解く
⇒
閉じ込めを与えるモノポール凝縮の寄与が
"カイラル対称性の自発的破れ"に関しても支配的な寄与をする

モノポール凝縮　⇒カイラル対称性の自発的破れ:
クォーク対凝縮、クォークの動的質量の生成、・・・

〜閉じ込めとカイラル対称性の自発的破れの相関を示唆

別の視点でのカイラル対称性と閉じ込めの関係
クォークの質量関数

"Color Confinement, Quark Pair Creation and Dynamical Chiral-Symmetry Breaking in the Dual Ginzburg-Landau Theory",
H. S., S. Sasaki, H. Toki , Nucl. Phys. B435, 207-240 (1995).



ユークリッド時空での
On-shell 条件との
交点が無い
⇒
クォーク伝播関数に
物理的ポールがない
～クォークの閉じ込め

カイラル対称性の
自発的破れ:
IRで強いクォーク質量の増大

Quark Confinement Mechanism with Dual Superconductor Theory

１９７４年、南部・トフーフト・マンデルスタムは、
ハドロンに対するストリング描像（フラックス・チューブ描像）と
第２種超伝導体におけるアブリコソフ・ボルテックスとのアナロジー
に基づいてクォーク閉じ込めに対する双対超伝導描像を提唱

But ! There are Two large gaps between
QCD and dual superconductor picture

(1) The dual superconducting theory is based on the *abelian gauge theory* subject to the Maxwell-type equations, where electro-magnetic duality is manifest, while QCD is a nonabelian gauge theory.

(2) The dual superconducting theory requires condensation of color-magnetic monopoles as a key concept, while QCD does not have such a monopole as the elementary degrees of freedom.

Quark Confinement Mechanism with Dual Superconductor Theory

In 1981, *'t Hooft* gave a possible *mathematical foundation* of this picture by way of *Abelian Gauge Fixing in QCD*, which is a *partial gauge fixing* on $SU(N)/U(1)^{N-1}$, similar to Non-Abelian Higgs theory.

From 1987, *Lattice QCD* studies with *Maximally Abelian gauge* have presented evidences for *Dual Superconductor picture* in QCD.

Maximally Abelian (MA) Gauge

In lattice formalism, MA gauge is defined by maximizing Abelian part of link-variables with SU(N) gauge transformation,

$$R\left[U_\mu(s)\right] \equiv \mathrm{Re} \sum_{s,\mu} \mathrm{Tr}\left(U_\mu^\dagger(s)\, \vec{H}\, U_\mu(s)\, \vec{H} \right)$$

In continuum QCD, MA gauge is defined by minimizing off-diagonal part of gluon field,

$$R_{\mathrm{off}}[A_\mu(\cdot)] \equiv \int d^4x \ \mathrm{tr}\left\{[\hat{D}_\mu, \vec{H}][\hat{D}_\mu, \vec{H}]^\dagger\right\} \propto \int d^4x \sum_\alpha |A_\mu^\alpha(x)|^2.$$

Local condition of MA gauge : $[\vec{H}, [\hat{D}_\mu, [\hat{D}_\mu, \vec{H}]]] = 0$

MA gauge is a partial gauge fixing on SU(N)/U(1)$^{N\text{-}1}$,
there remains Abelian gauge symmetry U(1)$^{N\text{-}1}$.

多くのグループ（特に日本のグループ）が、
格子QCD等で、この描像での閉じ込め機構を研究

宮村修先生

Kronfeld-Laursen-Schierholz-Wiese, ***Suzuki***-Yotsuyanagi,
Stack-Neiman-Wensley, ***Miyamura***-Hioki, ***Suganum***a-Ichie-Amemiya,
Polikarpov, Muller-Preussker, Woloshyn, A.Nakamura, ***Kondo***…

MAゲージでのグルーオン伝播関数の解析による Infrared Abelian Dominance の検証（格子QCD）

Amemiya, H.S., PDR60 (1999)

Large effective-mass generation of off-diagonal gluons in MA gauge

↓ $M_{\mathrm{off}} \fallingdotseq$ 1GeV

Infrared inactiveness of off-diagonal gluons in MA gauge

↓

Infrared Abelian Dominance

infrared quantities such as confinement and chiral symmetry breaking would be well described only with diagonal gluons in MA gauge

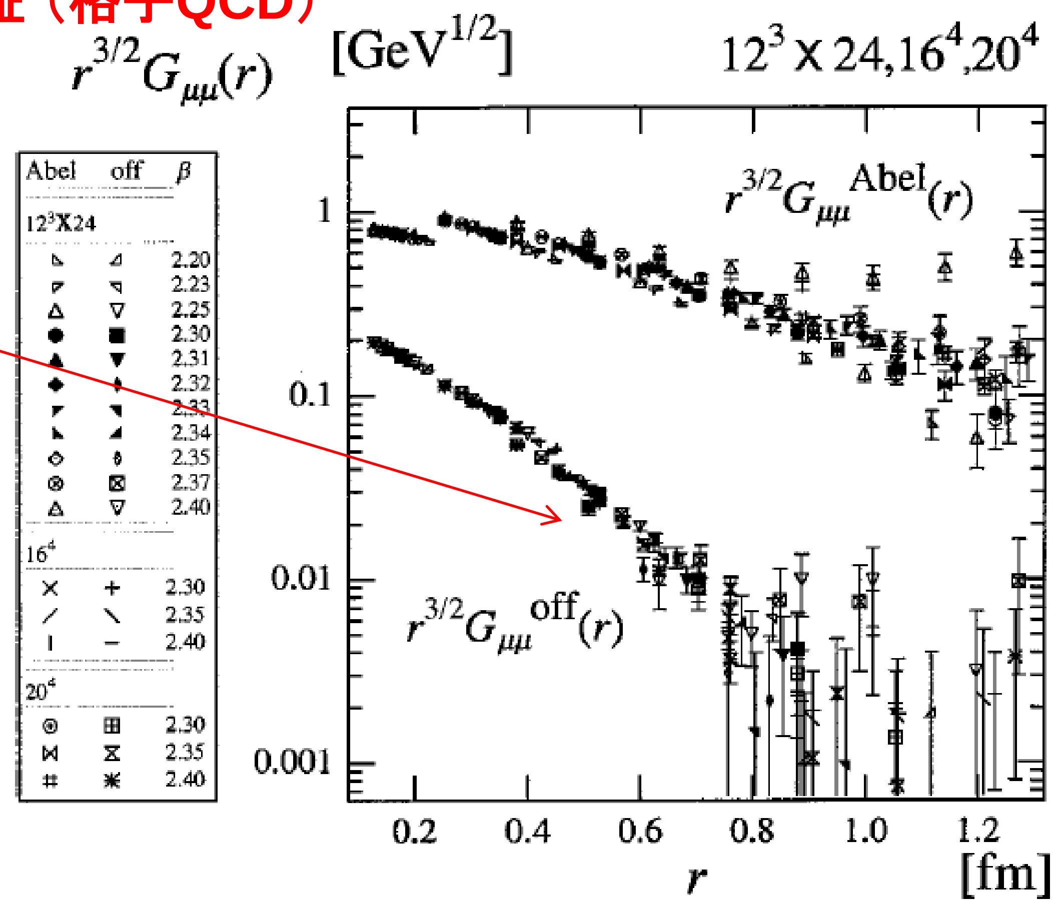


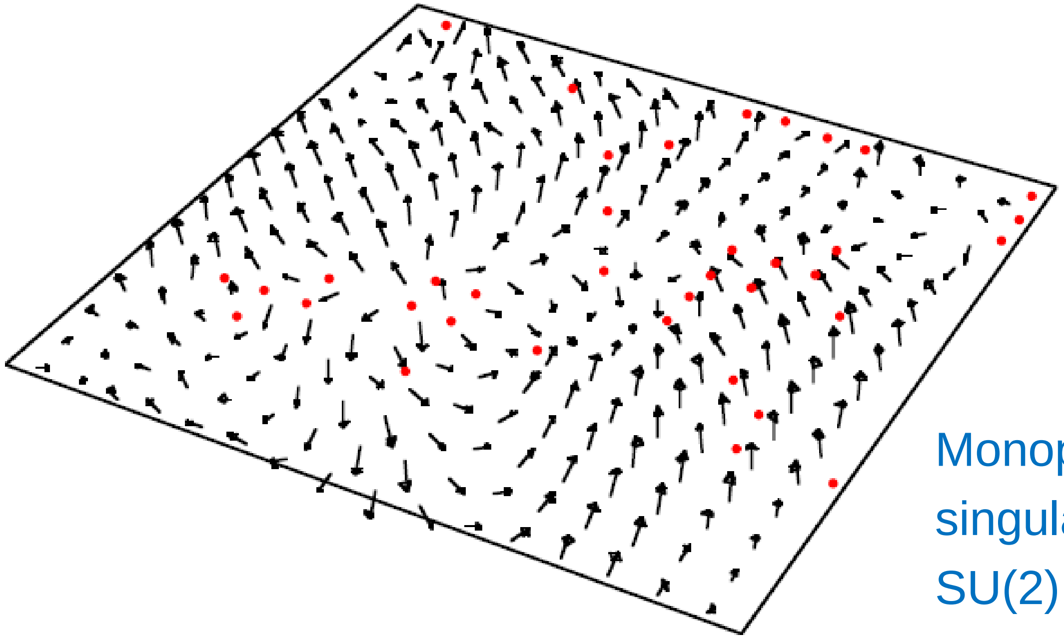
FIG. 3. The logarithmic plot of $r^{3/2}G^{\mathrm{off}}_{\mu\mu}(r)$ and $r^{3/2}G^{\mathrm{Abel}}_{\mu\mu}(r)$ as the function of the distance r in the MA gauge with the $U(1)_3$ Landau gauge fixing, using the SU(2) lattice QCD with $12^3 \times 24$ $(2.2 \leqslant \beta \leqslant 2.4)$, 16^4 and 20^4 $(2.3 \leqslant \beta \leqslant 2.4)$. The off-diagonal gluon propagator behaves as the Yukawa-type function $G^{\mathrm{off}}_{\mu\mu}(r) \sim [\exp(-M_{\mathrm{off}} r)]/r^{3/2}$ with $M_{\mathrm{off}} \simeq 1$ GeV for $r \gtrsim 0.2$ fm. Therefore, the off-diagonal gluon seems to have a large mass $M_{\mathrm{off}} \simeq 1$ GeV in the MA gauge.

Monopole appearance in QCD in MA gauge

In *Maximally Abelian (MA) Gauge*, QCD is reduced into an Abelian gauge theory with magnetic monopoles. ['t Hooft, NPB190(1981)]

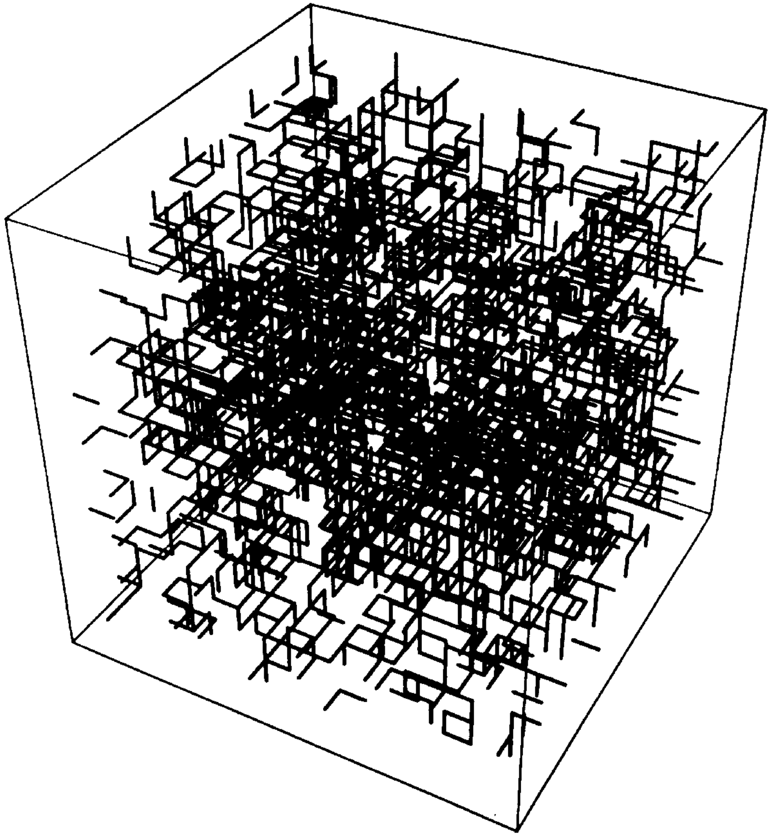
1. *Non-Abelian* gauge symmetry SU(3) is reduced into *Abelian* gauge symmetry $U(1)^2$, i.e., $SU(3) \rightarrow U(1)^2$. (maximal torus subgroup of SU(3))

2. There appear *magnetic monopoles* from Hedgehog singularity, corresponding to the *Nontrivial Homotopy Group* $\Pi_2(SU(3)/U(1)^2)=\mathbf{Z}^2$, similar to the appearance of 't Hooft-Polyakov or GUT monopoles.



Monopoles appear around hedgehog singularities of gluons in MA gauge.
SU(2) Lattice QCD
[H.Ichie and H.S., NPB (1998).]

Monopole Current appearing in MA gauge in SU(2) Lattice QCD



- Kronfeld, Schierholz et al. (1987):
  Monopole Current appearing in MA gauge in SU(2) lattice QCD
- Stack-Neiman-Wensley (1994):
  Large Monopole Clustering → Monopole condensation を推測
- H.S., Amemiya, Ichie, NPA (2000): dual Wilson loop の研究
  Magnetic Screening の検証 → Monopole condensation を検証

In *Maximally Abelian (MA) Gauge*, QCD is reduced into an Abelian gauge theory with magnetic monopoles. ['t Hooft, NPB190(1981)]

1. Non-Abelian gauge symmetry SU(3) is reduced into *Abelian* gauge symmetry $U(1)^2$, i.e., $SU(3) \rightarrow U(1)^2$. (maximal torus subgroup of SU(3))

2. There appear *magnetic monopoles* from Hedgehog singularity, corresponding to the *Nontrivial Homotopy Group* $\Pi_2\,(SU(3)/U(1)^2)=\mathbf{Z}^2$, similar to the appearance of 't Hooft-Polyakov or GUT monopoles.

3. Off diagonal gruons behave as *massive* vector fields with the mass of about 1GeV. → Infrared Abelian Dominance [Amemiya, H.S., PDR60 (1999)]

For infrared properties, QCD is approximated to *MA projected QCD*, which includes both *electric current* j_μ and *magnetic current* k_μ.

MA projected QCD : $k_\mu \neq 0$, $j_\mu \neq 0$

Using *Hodge decomposition*, *magnetic* and *electric currents* (k_μ, j_μ) can be separated. [Stack-Neiman-Wensley PRD (1994)]

→ Monopole part: $k_\mu \neq 0$, $j_\mu = 0$

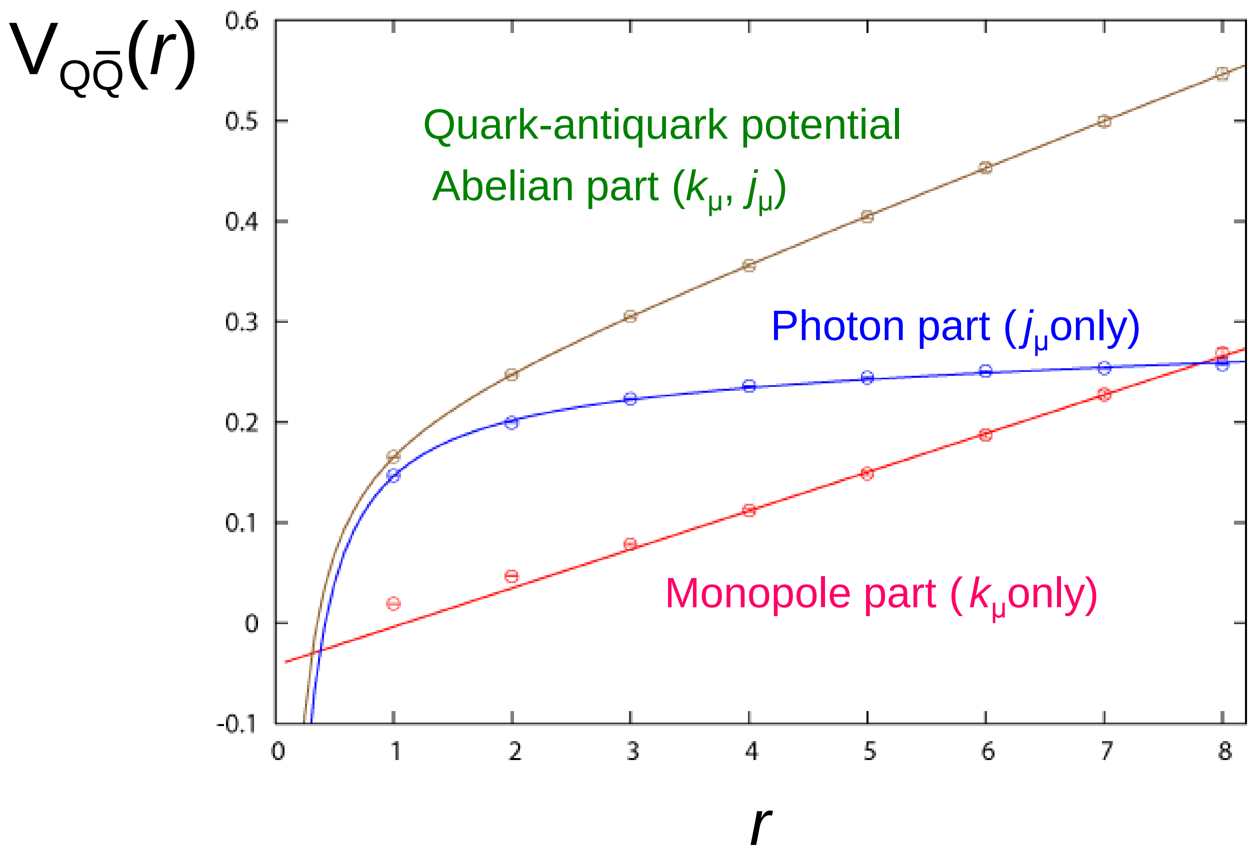
Photon part: $j_\mu \neq 0$, $k_\mu = 0$

Stack-Neiman-Wensley PRD (1994)

Hodge Decomposition in *Maximally Abelian Gauge*
→ Monopole part: *Linear Confinement potential*
Photon part: *Coulomb potential*

SU(3) Lattice QCD**の計算例** (β=6.0, 16^4)

H.S, N. Sakumichi et al. (2008)



カイラル対称性の自発的破れとモノポールの相関（格子QCD）

H.S. et al., NPB (1995)：双対ギンツブルグ・ランダウ理論により
カイラル対称性とモノポールの相関を予測
→ **O. Miyamura, PLB (1995)：格子QCDで両者の相関を検証**

Polyakov loop

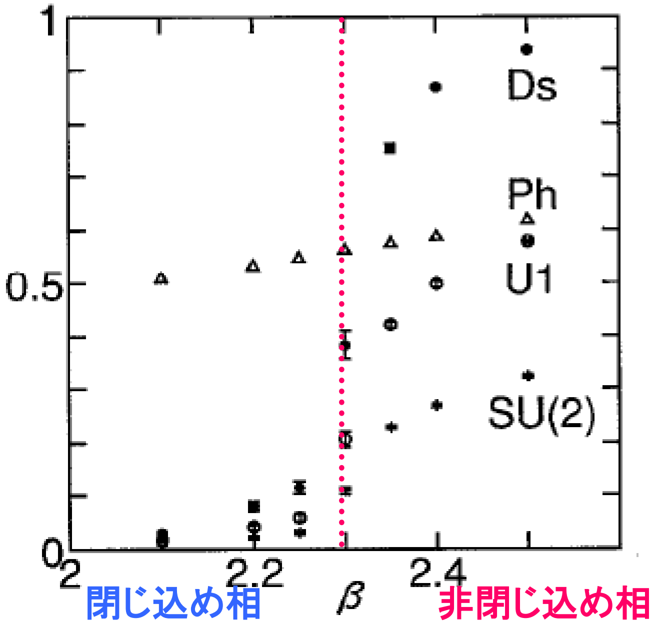


Fig. 3. Polyakov loop in the SU(2) field (cross), in the U(1) field (open circle), its singular (filled circle) and regular (triangle) components on a $16^3 \times 4$ lattice.

クォーク凝縮

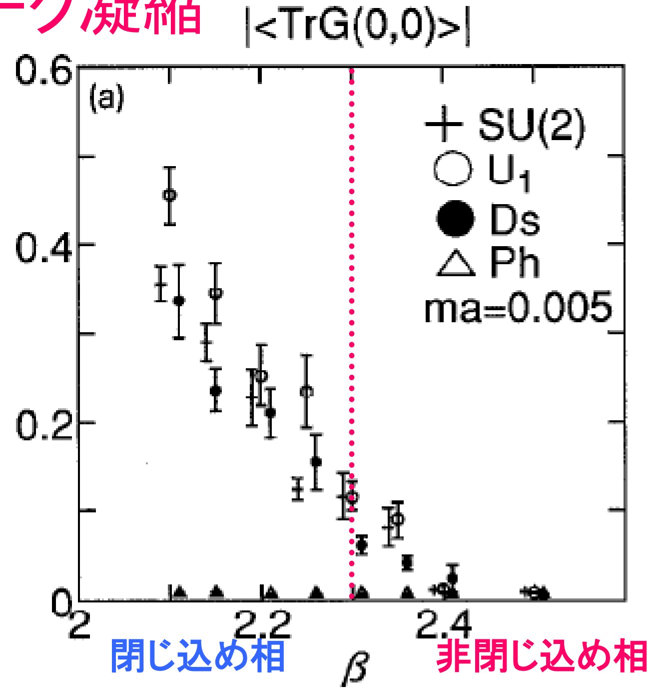
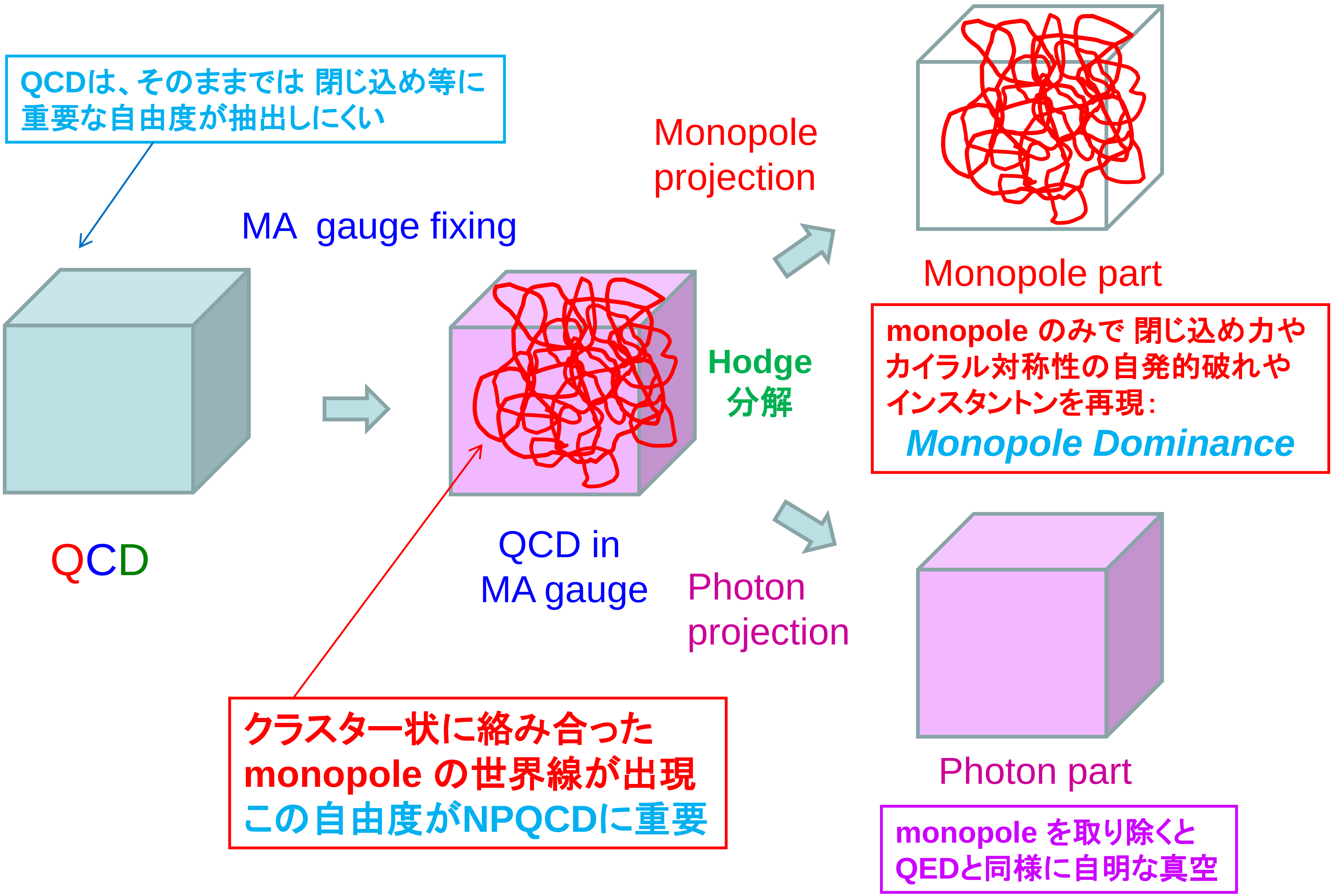


Fig. 4. (a) $|\langle \mathrm{Tr}\, G(0,0)\rangle|$ for $ma = 0.005$ in the SU(2) field (cross), in the U(1) field (open circle), its singular (filled circle) and regular (triangle) components on a $16^3 \times 4$ lattice. (b) Same for $ma = 0.01$.

Monopole part : **カイラル対称性が自発的に破れている**
Photon part : **カイラル対称性は破れていない（自明な真空構造）**

Monopole/Photon projection and Monopole Dominance



まとめ

・QCDは多彩な物理現象の宝庫であり、“カラー閉じ込め”や“カイラル対称性の自発的破れ”などの非摂動的性質は興味深く、未解決の問題を多く含んでいる。

・近年、格子QCDの目覚ましい発展により、非摂動的なQCDの物理の理解が大きく進みつつある：閉じ込め・カイラル対称性の破れ・非摂動的QCD真空の性質・クォークやグルーオンの性質・・・

・解析的な研究と格子QCD研究との密接な共同研究により、飛躍的に深い理解が得られるはず！