

センターボルテックスによる グルーオンプラズマの 格子研究

Study of the gluon plasma via center vortex
mechanism

高大情セ 齋藤卓也

参考論文

*M.N. Chernodub, Y. Nakagawa, A. Nakamura, T. Saito, and
V.I. Zakharov, Phys. Rev. D83:114501,2011*

T. Saito, PoS(lat.2011)326 and PoS(Conf X)2012,337.

発表内容

- 1.クォークグルーオンプラズマ
- 2.これまでの格子計算
- 3.センターボーテックス機構
- 4.数値計算の結果
 - 1.電場と磁場グルーオンの違い
 - 2.状態方程式の再考
 - 3.輸送係数
- 5.まとめ

クォークグルーオンプラズマ

- ◆重イオン衝突実験 (RHIC、2004年) により、クォークグルーオンプラズマ (QGP) が実験的に作られた。その後、2011年にLHCにおいても、さらに高温度 (と思われる) のQGPを確認。
- ◆流体モデル等の実験結果との比較、ジェットクエンチング現象、および、いくつかの格子計算により、**QGPは低粘性 (η/s が小さい) であることが判明。強相関 (強く相互作用?) するQGP** という描像が確立。
- ◆しかし、QCD理論の何がそのような「強さ」を引き起こしているのかは疑問。本来は摂動論が使えると思っていた (はず)。
- ◆この点を格子計算により明らかにするのが本研究の目的。

これまでの格子計算(1)

空間ウィルソンループ

- 空間ウィルソンループは、非閉じ込め相においても、線形上昇ポテンシャルを作る。時間的ポリヤコフループは遮蔽湯川ポテンシャルを作る。
- 空間弦張力の温度依存性は、磁場スケーリング(質量)に比例する。

$$W(R, S) \sim \exp(-\sigma_s RS)$$

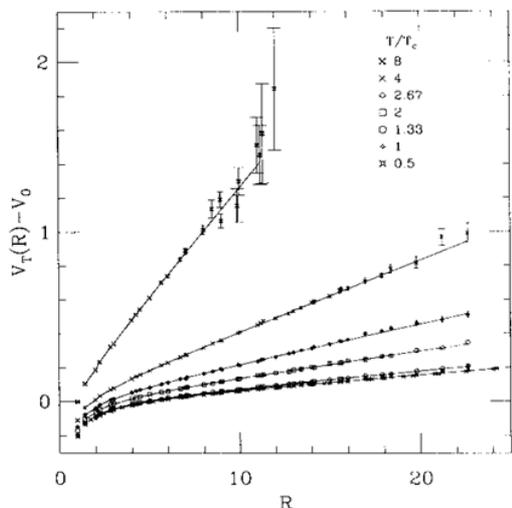


FIG. 1. The pseudopotentials $V_T(R)$ minus the (constant) self-energy contributions V_0 [Eq. (4)] on lattices of size $N_r \times 32^3$ for $\beta = 2.74$ as a function of the spatial separation R measured in lattice units.

$$\sqrt{\sigma_s(T)} = cg^2(T)T$$

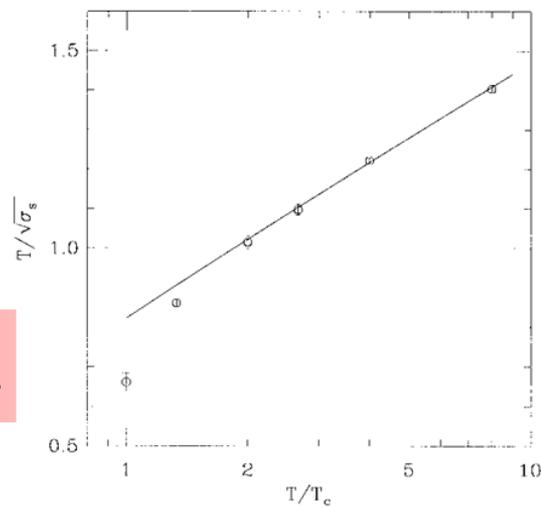
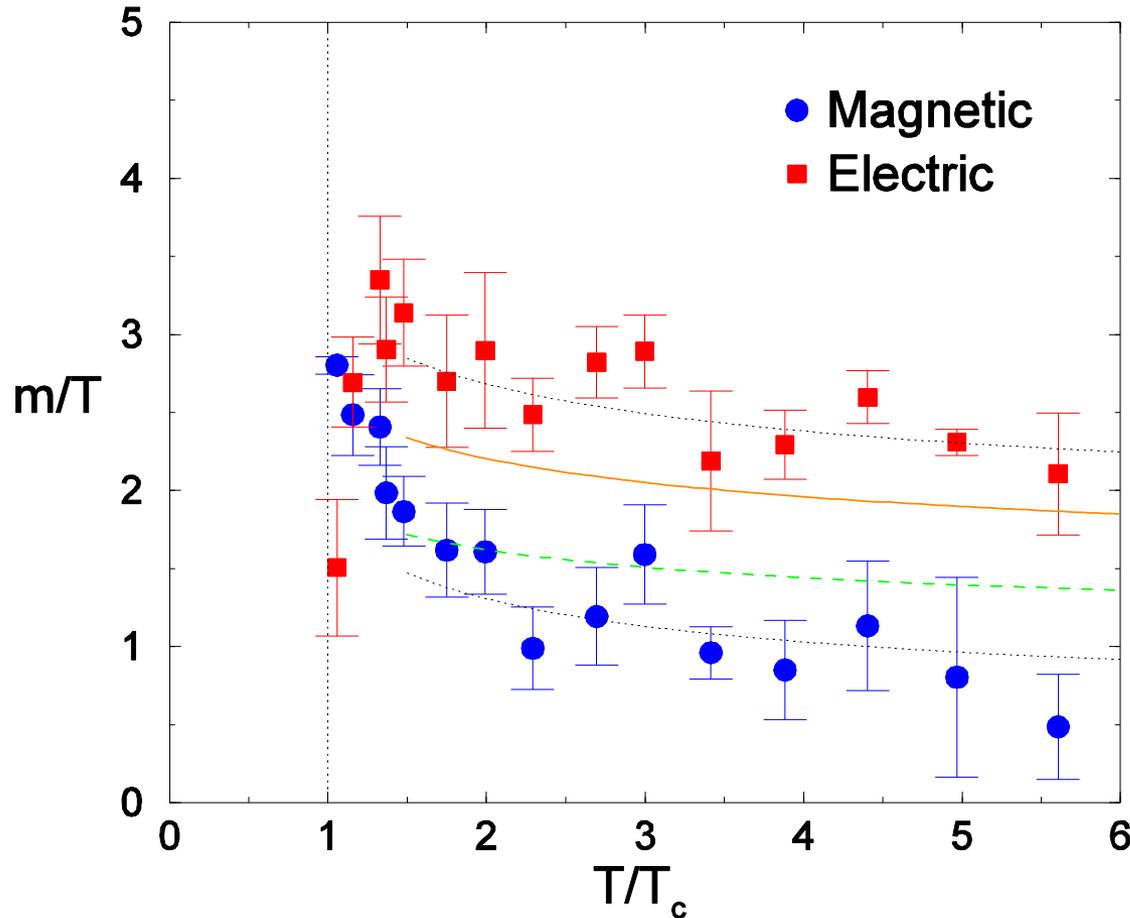


FIG. 3. The ratio of the critical temperature and square root of the spatial string tension versus temperature for $\beta = 2.74$. The line shows a fit to the data in the region $2 \leq T/T_c \leq 8$ using the two-loop relation for $g(T)$ given in Eq. (7).

$T > T_c$

これまでの格子計算(2)

磁場質量



- 磁場質量は、熱摂動論の赤外カットオフ。(リンデ問題 1980)
- 非摂動論的に格子QCDで計算可能。ゼロではない。
- 電場質量は、湯川型遮蔽ポテンシャルを作るカラーデバィマス。

つまり、格子計算によると、

QGP相転移には、時間・電場自由度
が絡んでくるものの、

空間・磁場自由度は
依然とてして非摂動論的であるように
思える。

これを掘り下げて考えてゆきたい。

センターボーテックス

- ◆ QCDの位相欠陥である「センターボーテックス」(またはモノポール)により、閉じ込め現象を理解しようという試みが1970年台からある。(Mandelstam, t'Hooft, Mack, Cornwall, etc.)
- ◆ ここで言うセンターボーテックスは、次の式で定義される

$$\pi_1(SU(N)/Z(N)) = Z(N)$$

- ◆ 問題はどのように、格子上に、この自由度を再現させるかということ。

格子上的のボーテックス(1)

◆ 射影手法

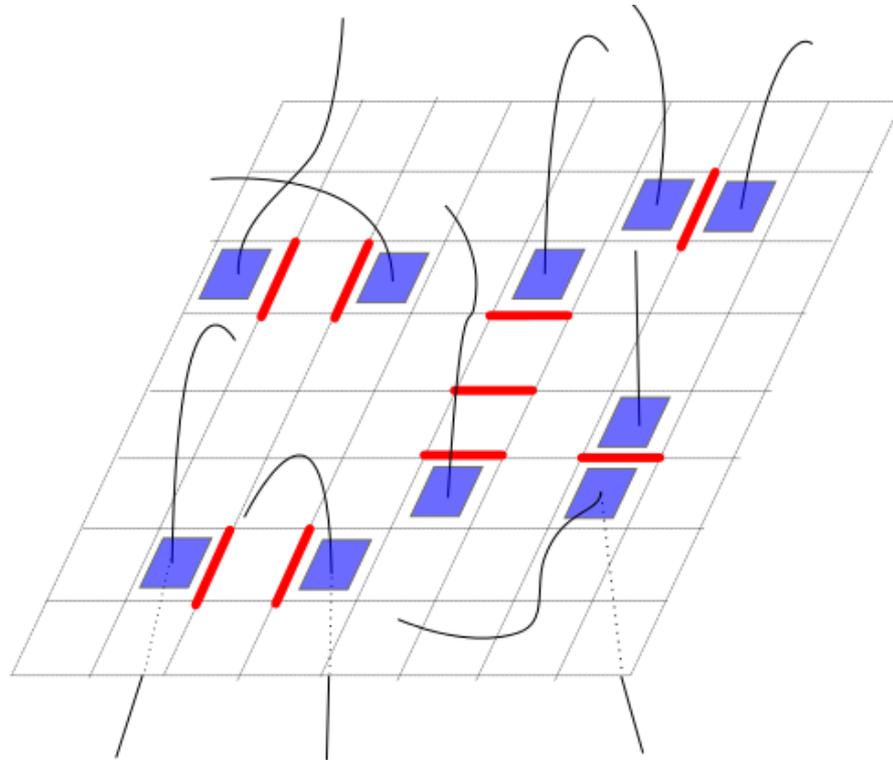
Direct Maximal Center Projection (MCP) by *Debbio, et. al*,
PRD58,094501(1999)

- ◆ モンテカルロ計算によりアップデートされたすべてのゲージ配位に、リンク変数の符号がプラスとマイナス(SU(2)の場合)になるように変換を施す。

All the $U_s \Rightarrow \pm I$ for SU(2)

$$\text{Maximize } R = \frac{1}{VT} \sum_{x,t} \text{Tr}[U_\mu(x,t)]^2$$

格子上的のボーテックス(2)



- 赤線 : マイナスリンク変数(センター場)
- 青四角 : ボーテックスプラケット(P-vortex)
- 黒実線 : ボーテックス線(のイメージ)

ボーテックスの消去

◆ ボーテックス削除法

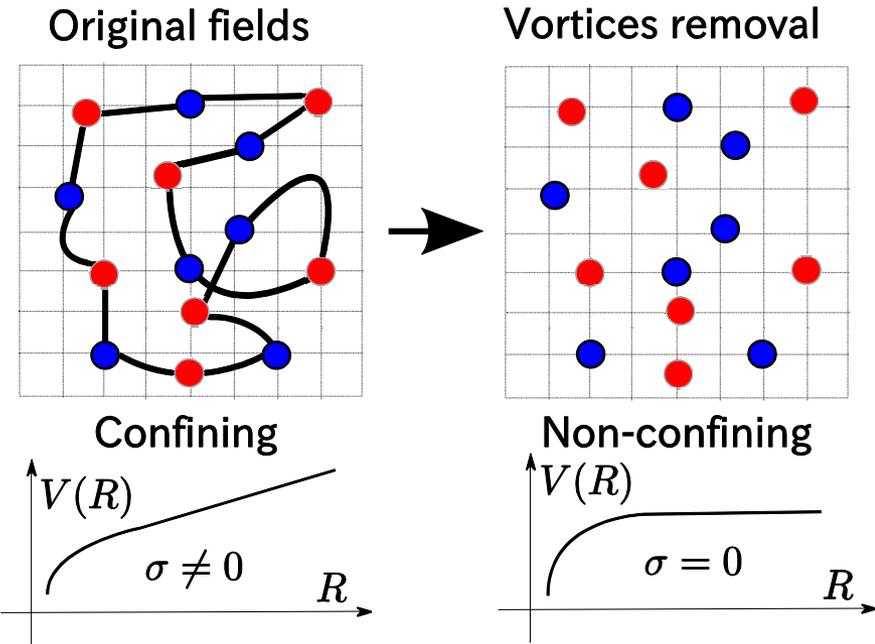
de Forcrand – D’Elia, PRL82,4582(1999)

◆ 符号関数

$$Z_{\mu}(x) = \text{sgn Tr}[U_{\mu}(x)]$$

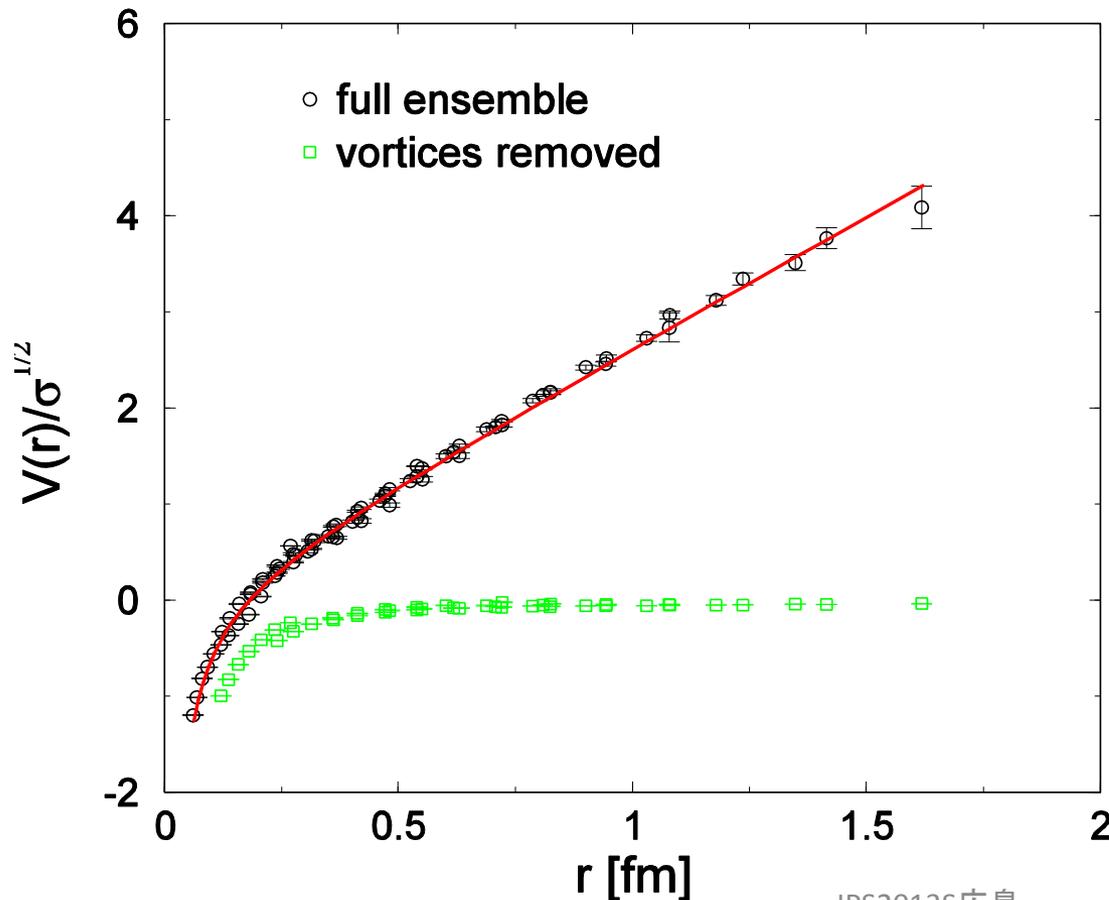
◆ ローカルに同じ符号をかける

$$U_{\mu}(x) \rightarrow U'_{\mu}(x) = Z_{\mu}(x)U_{\mu}(x)$$



ボーテックスに関する数値結果(1)

SU(2), 12^3

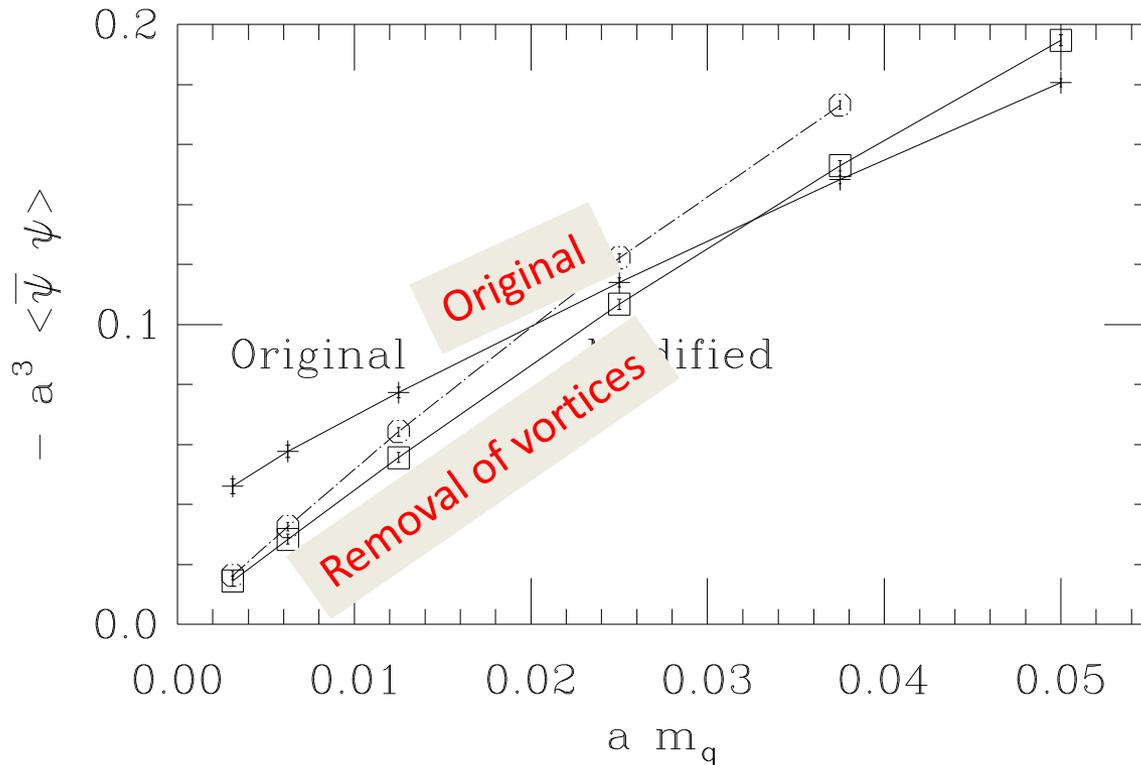


- ウィルソンループによるクォーク閉じ込めポテンシャル。

- ボーテックスを削除すると非閉じ込め理論になる。

*J. Gattnar, K. Langfeld,
H. Reinhardt,
PRL. 93 (2004) 061601.*

ボーテックスに関する数値結果(2)



◆ ボーテックスを削除するとカイラル凝縮が消える。(ウィルソンクォーク作用)

Relevance of Center Vortices to QCD; Forcrand and D'Elia, PRL82,4582(1999)

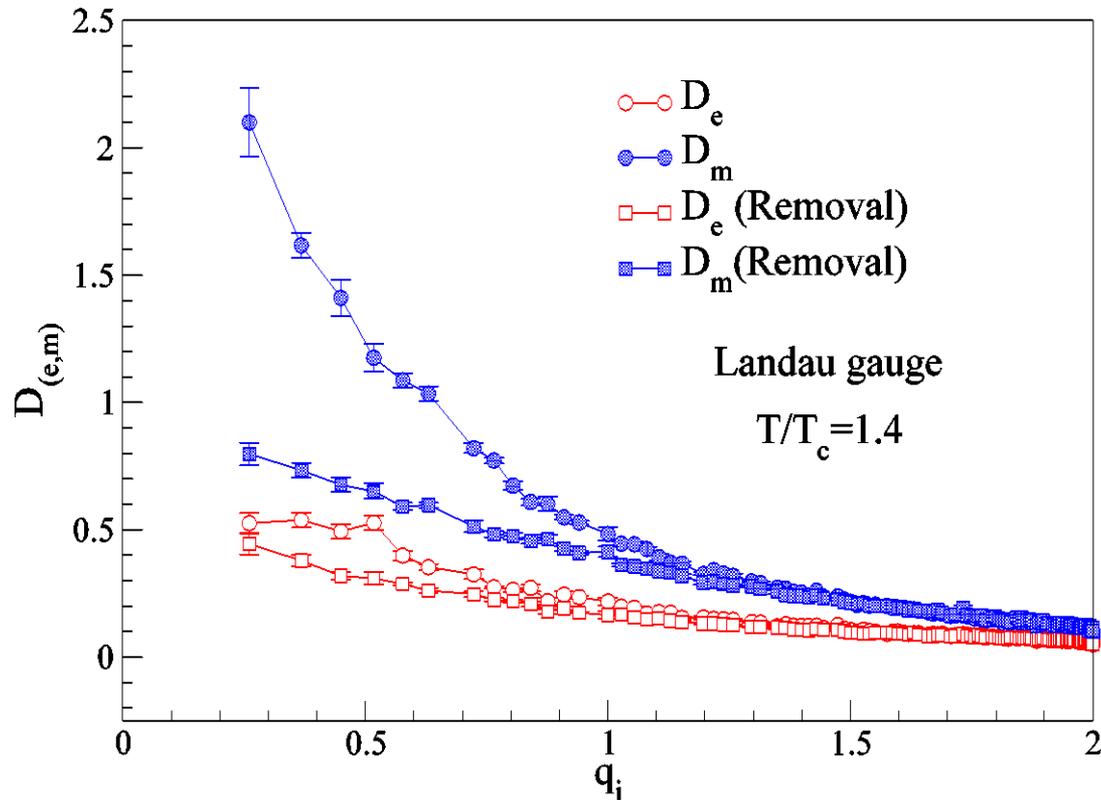
◆ しかし、結果が格子作用に依存するという注意点が必要。

(J.Gattnar, et al., NPB716(2005)105; M.Faber,et al., PRD78(2008)054508; P.O.Bowman, PRD78(2008)054509)

手法の特徴のまとめ

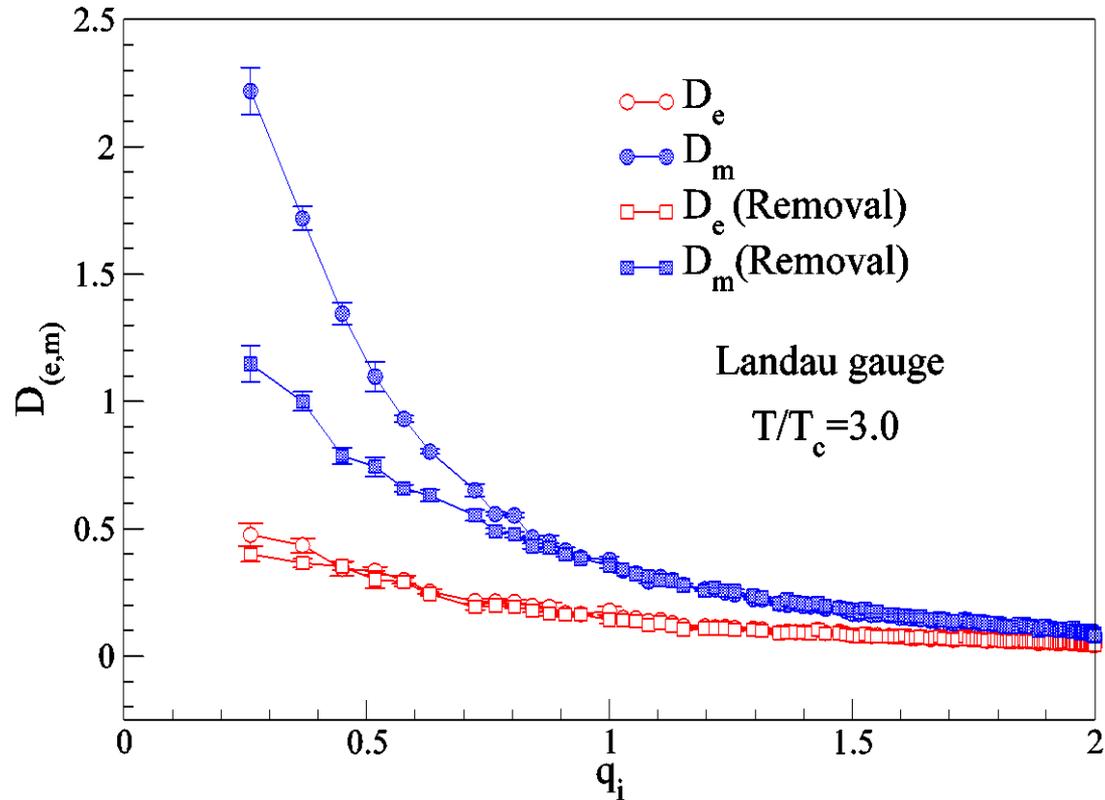
1. 射影手法によりローカルな $Z(N)$ の分布が得られ、ボークスを格子上に構成できる。
2. 削除方法により非摂動論的モードのスイッチオフが可能。実際に閉じ込めが消える。
3. ボークスを導出する手順が簡単。その他の興味のある物理量の計算に簡単に適用(代入)できる。
4. この手法により、QGPの任意の物理量を計算し、変化する部分を見つける。そこが、重要となる。
5. 格子計算は $SU(2)$ のプラケット作用のクエンチ近似で行う。

電場と磁場グルーオンの違い(1)



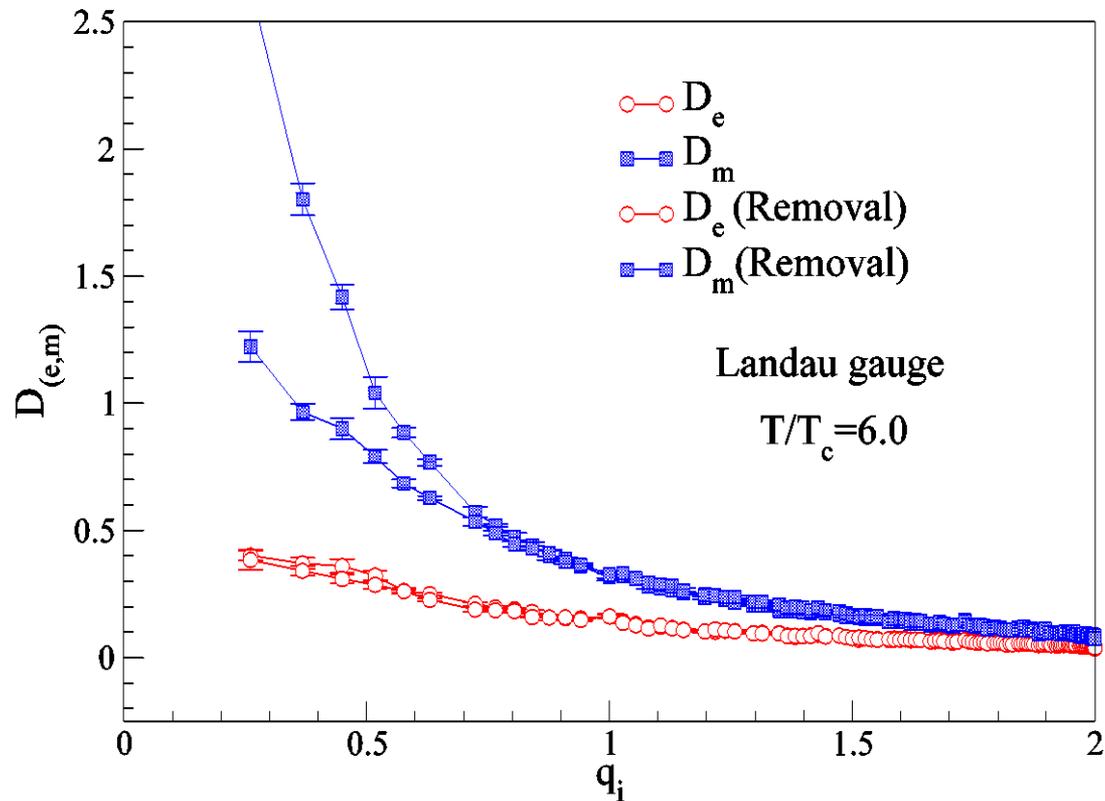
- ◆ ボーテックスを削除すると赤外領域での磁場グルーオンが変化。磁場が非摂動論的である。 $T/T_c = 1.4$ (RHIC温度)
- ◆ 閉じ込め相にあるグルーオンも同様の振舞いになる。Gattnar, et. al. PRL93(2004)061601

電場と磁場グルーオンの違い(2)



◆ 高温 $T/T_c = 3.0$ (LHC温度)でも同じ結果。

電場と磁場グルーオンの違い(3)



◆ さらに高温 $T/T_c = 6.0$ でも同じ結果。

状態方程式の再考(1)

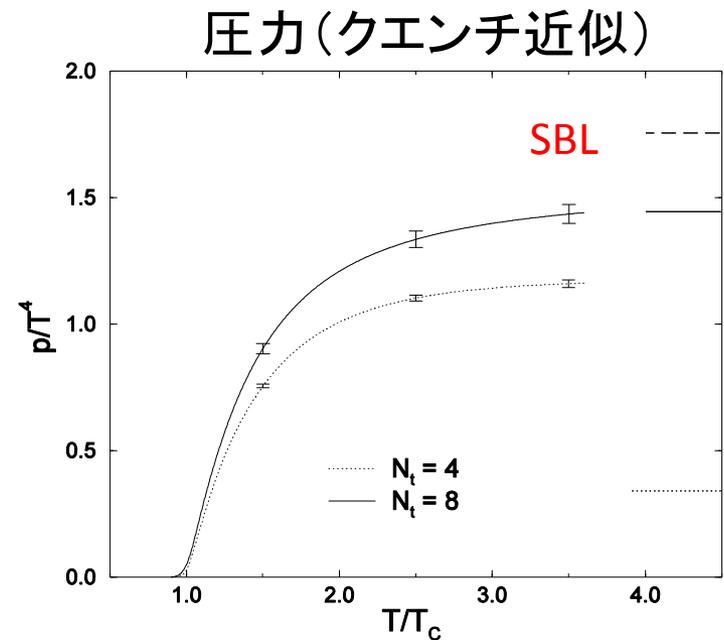
- ◆数多くの格子計算によるQGPの状態方程式の研究が存在。その全てにおいて、高温極限(ステファンボルツマン極限;SBL)に数値結果は一致しない。なんらかの非摂動論的効果が働いているのではないかという疑問？

- ◆計算手法(積分法)

$$p = -f = \frac{T}{V} \ln Z(T, V)$$

$$\Delta = N_\tau^4 (S_\tau - S_0)$$

$$\frac{p}{T^4} \Big|_{\beta_0}^{\beta} = \int_{\beta_0}^{\beta} d\beta' \Delta$$

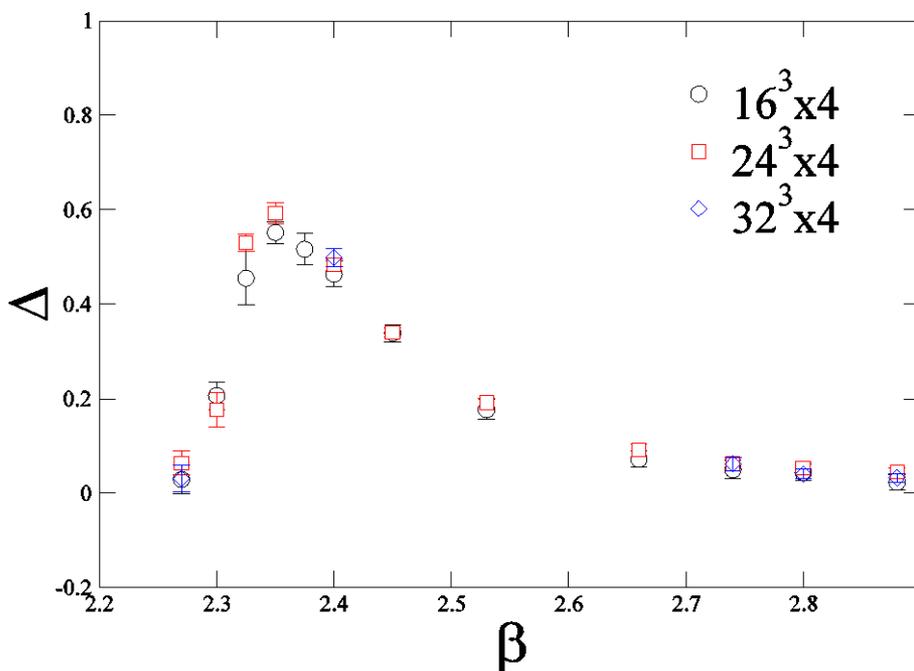


M.Okamoto, et. al, (CP-PACS Coll.) PRD60 (1999) 094510

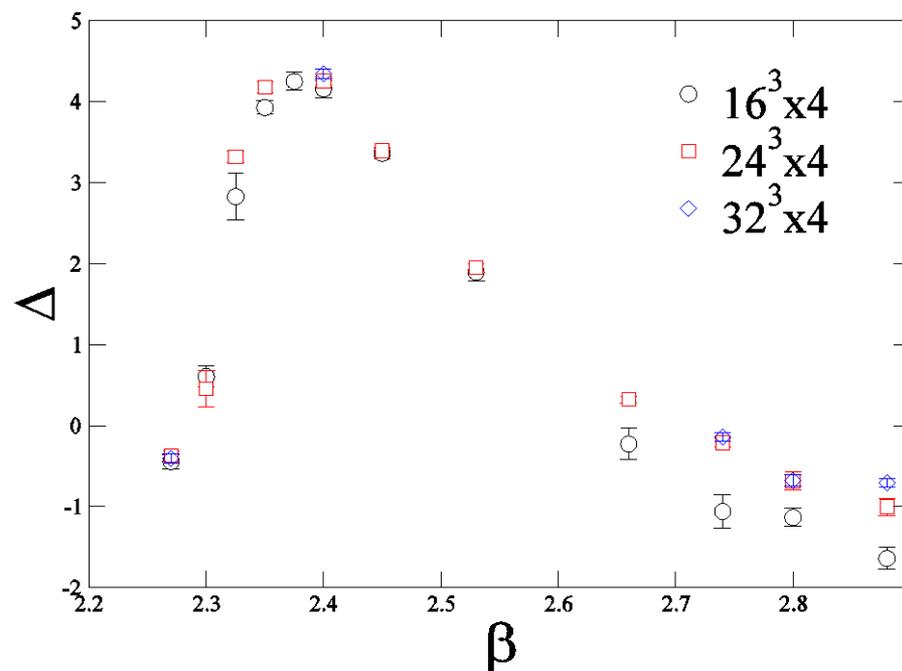
状態方程式の再考(2)

$$\Delta = N_{\tau}^4 (S_{\tau} - S_0)$$

Normal



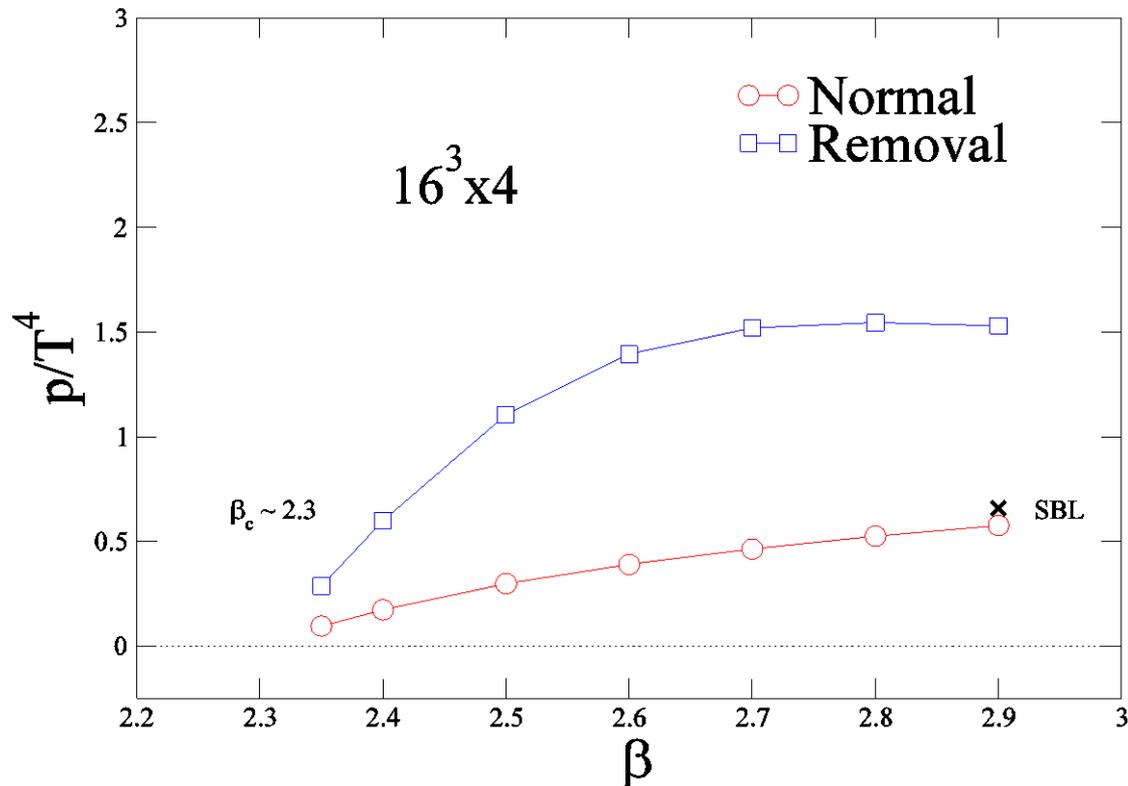
Removal



- ◆ ボーテックスの寄与が大きい。
- ◆ テール部分のマイナス寄与と体積効果が大きい？

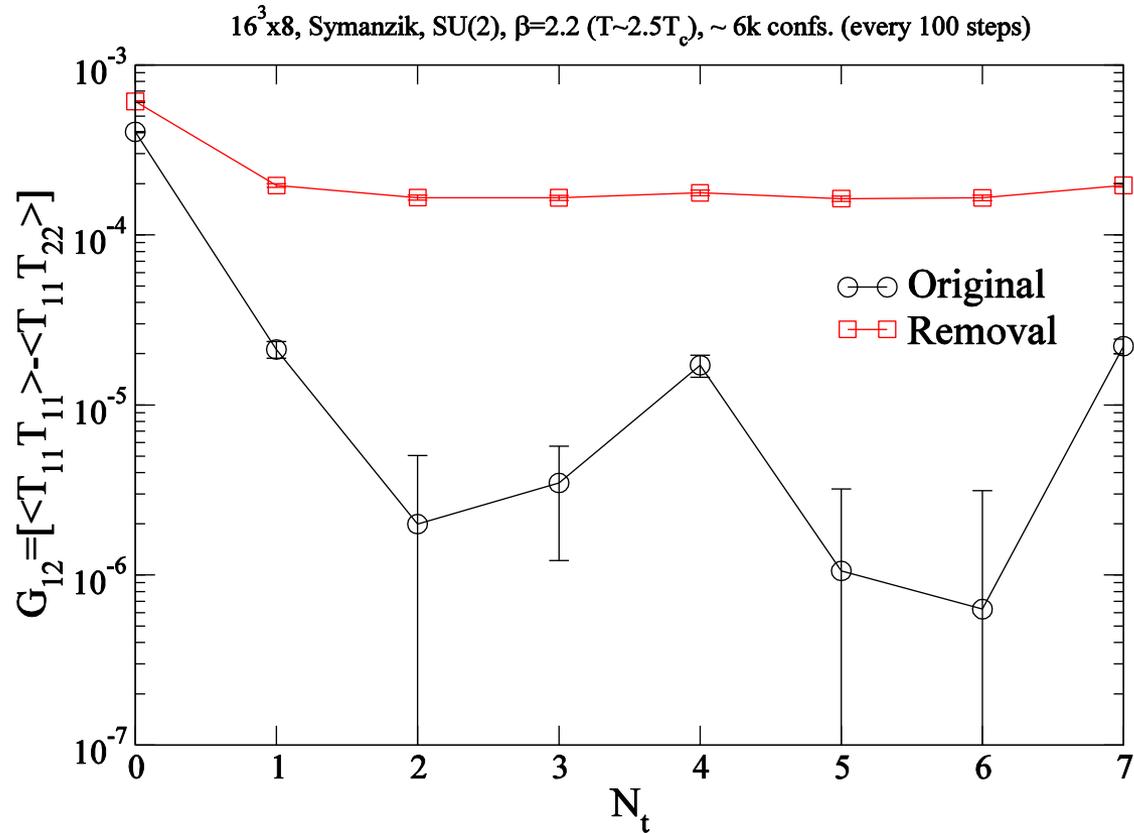
状態方程式の再考(3)

$$\frac{p}{T^4} \Big|_{\beta_0}^{\beta} = \int_{\beta_0}^{\beta} d\beta' \Delta$$



- ◆ ボーテックスの寄与が大きい?
- ◆ 課題: 体積効果、もしくは、統計が違う?

ずれ粘性係数の相関関数

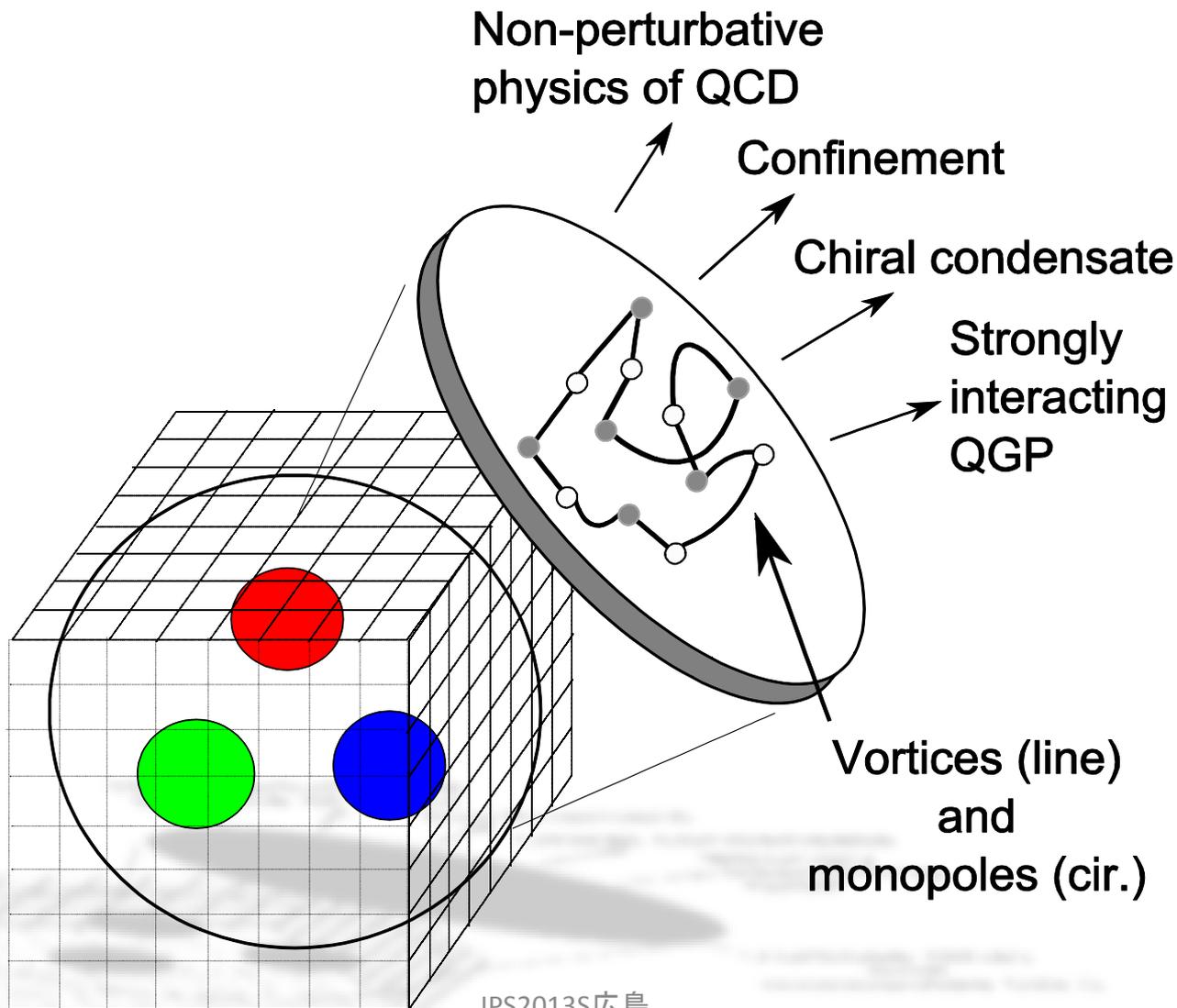


- ◆ エネルギー運動量テンソルの熱相関関数から導出。
- ◆ 削除前(黒)と削除後(赤)においてボーテックスの寄与が大きい。
- ◆ 課題: ゆらぎが大きく統計数が必要。

まとめ

1. 閉じ込め現象を議論する際に有効なQCDの位相欠陥である「ボーテックス」の概念を用いて、強く相関するグルーオンプラズマの原因がどこにあるのかを探る研究を試みた。
2. 非摂動論的に振る舞うのは電場グルーオンではなく磁場グルーオンである。これは、閉じ込め相におけるグルーオンの挙動と同じ。
3. 状態方程式や輸送係数にもボーテックスは影響を与えている。
4. ボーテックス、しいては、磁場自由度は、高温相においても、依然として、非摂動論的である。

QCDの位相欠陥による物理



Backup slides

Thermal monopole and vortex

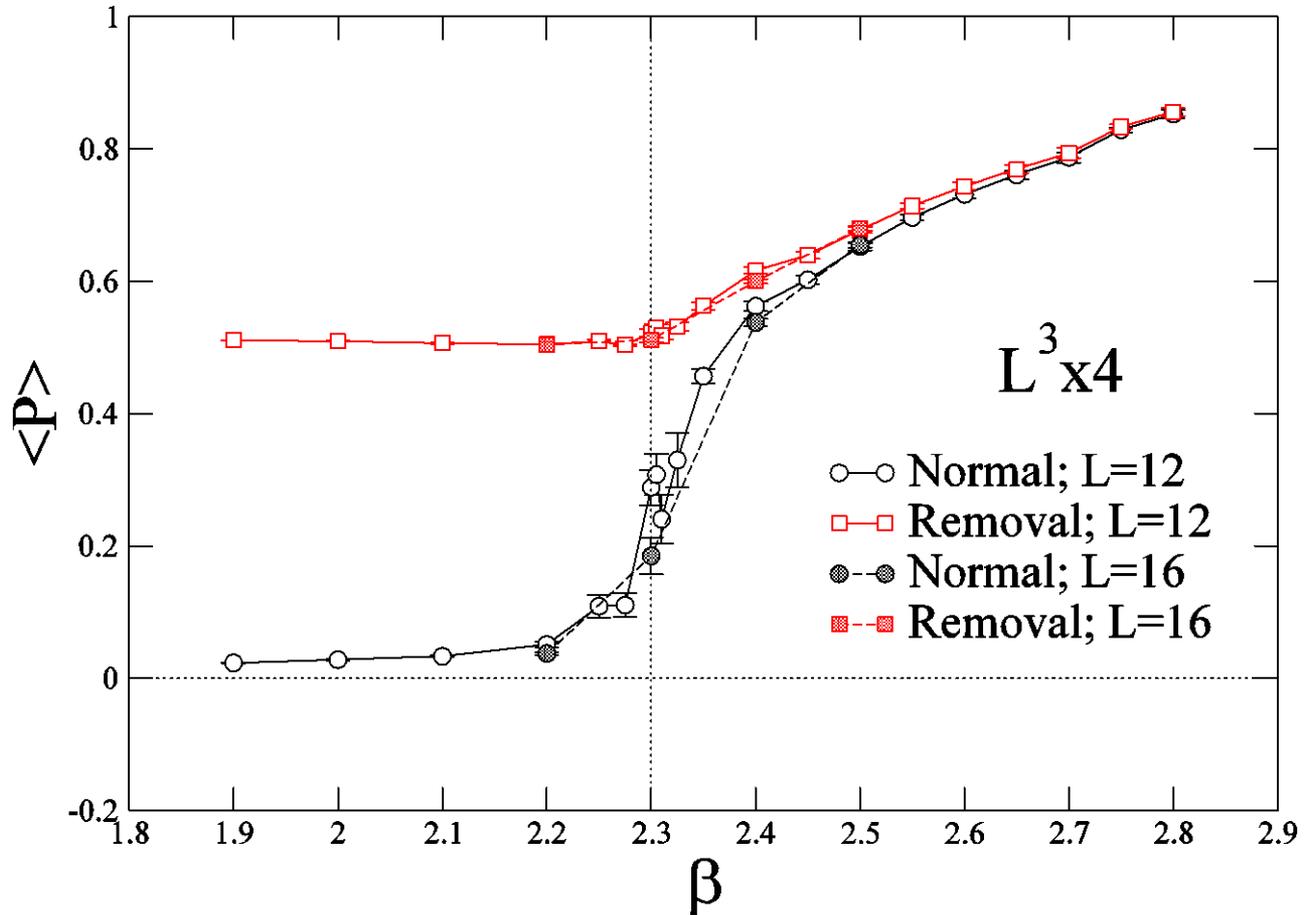
◆ *Thermal magnetic monopoles and vortices ?*

□ Interesting idea: Magnetic plasma made of monopoles and/or center vortices:

- I. *Liao and Shuryak, PRC75(2007)054907;PPNP62(2009)48.*
Magnetic monopoles near the critical temperature cause some confinement even in the deconfinement phase.
- II. *Chernodub and Zakharov, PRL98(2007)082002.*
Degrees of freedom of center (magnetic) vortices have been introduced by elucidating the sQGP physics.
- III. *Chernodub, Nakamura, Zakharov, PRD78,074021(2008).*
Vortices provide a large contribution to eos of sQGP.

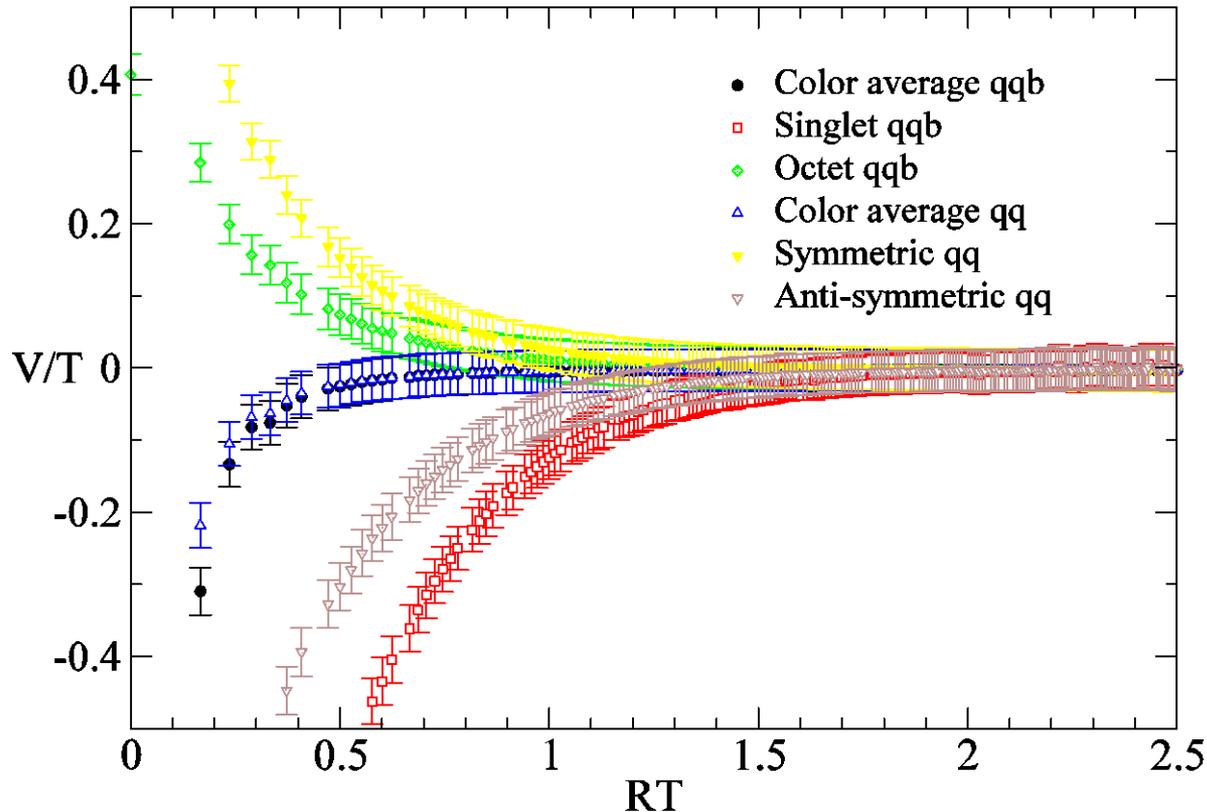
□ Here, we investigate *how the vortices affect color-screened gluons, transport coefficients, eos, etc.*

ポリヤコフ線の変化



電場(デバイ)ポテンシャル

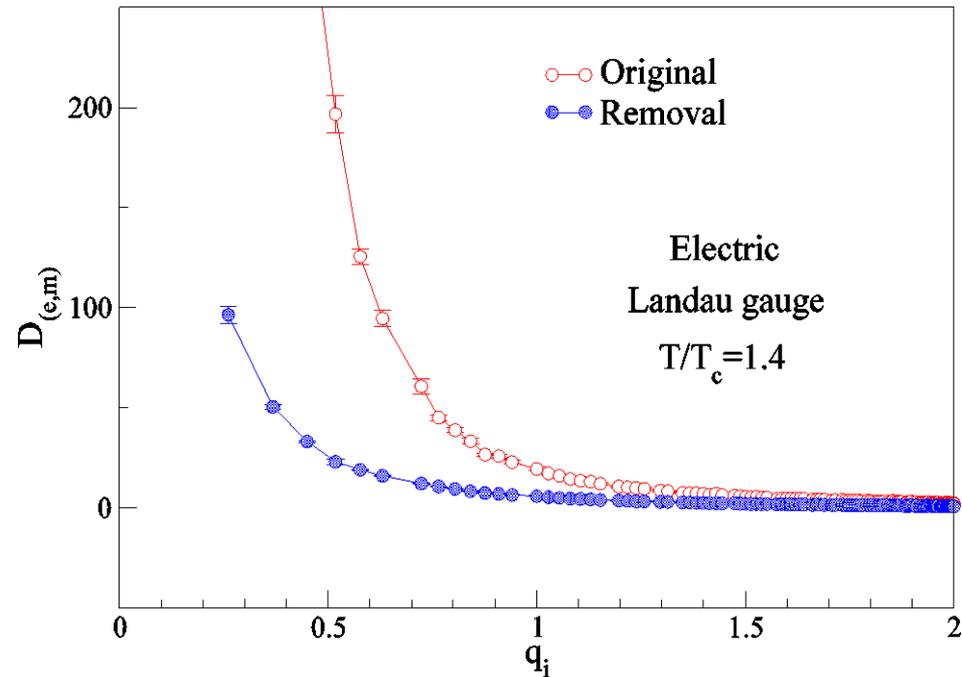
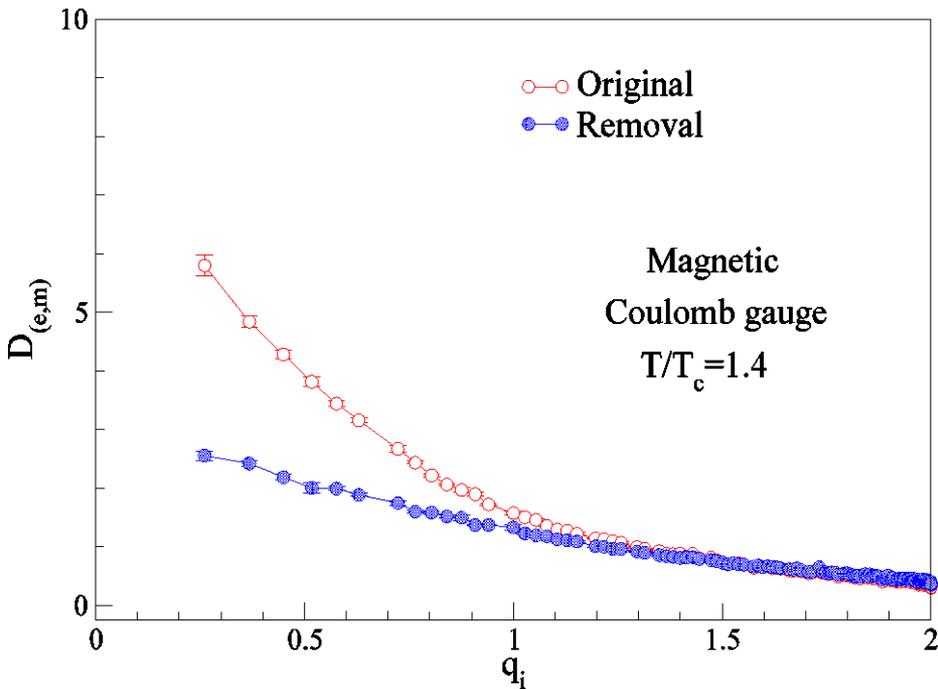
$$T/T_c = 3.04$$



Screening potentials between two quarks in each color-channel:

Nakamura, Saito PTP112(2004)183; PTP111(2004)733

Gluon propagators in the Coulomb gauge



Gribov-Zwanziger confinement scenario for the Coulomb gauge QCD survives in QGP.

(*Greensite, et. al, PRD67,094503(2003);PRD69,074506(2004);*

Nakagawa, et.al, PRD73 (2006) 094504)

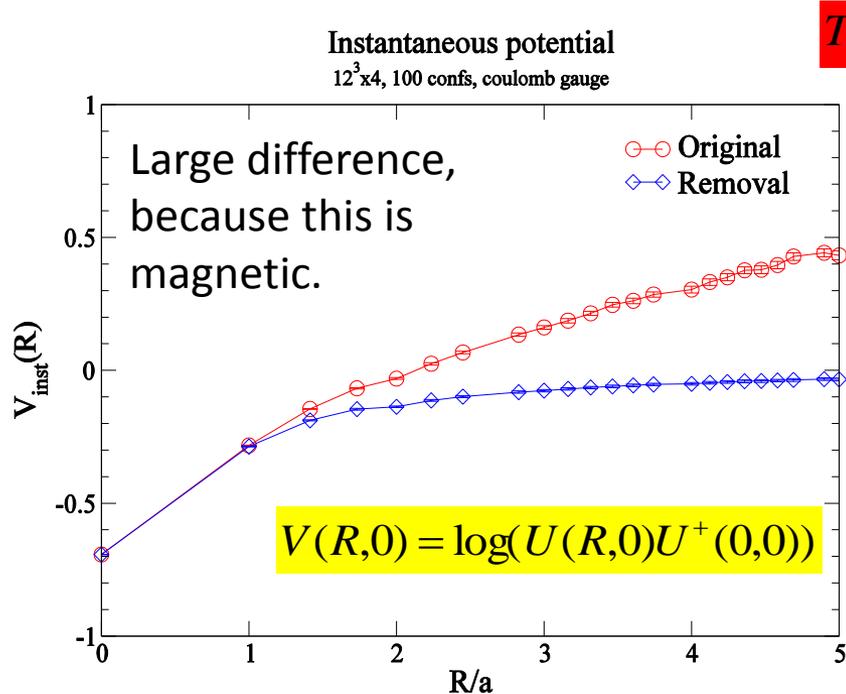
◆ Time-time (electric) propagator is singular in the infrared limit.

→ Instantaneous interaction and non-zero string tensions

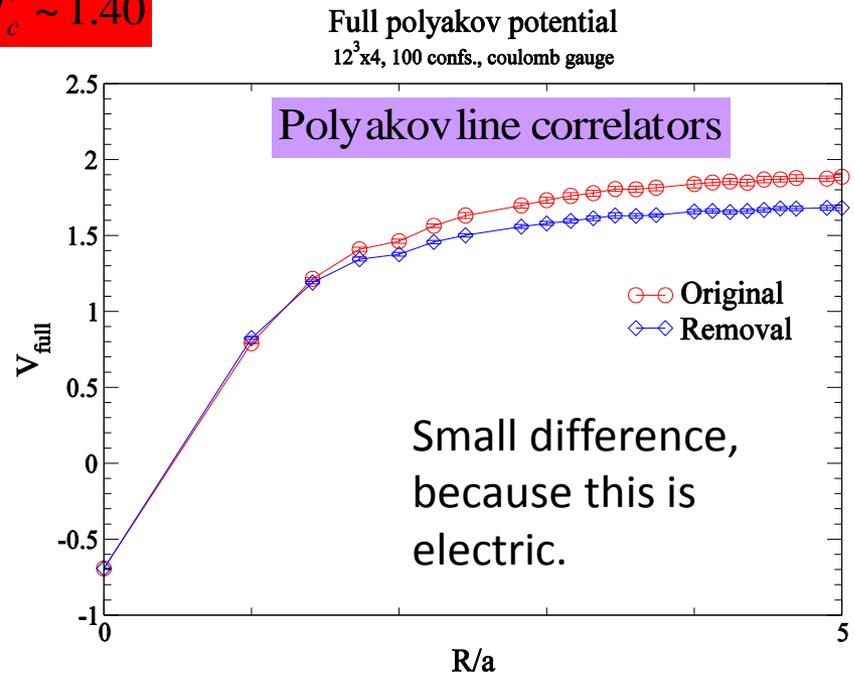
Example for center vortex removal

◆ Numerical study of Coulomb gauge QCD via center vortex (Greensite, Olejnik, Zwanziger, PRD69, 074506 (2004))

□ Gribov-Zwanziger scenario in the Coulomb gauge QCD: Instantaneous interaction (link-link correlator on the lattice) produces a confining potential even in the QGP phase.



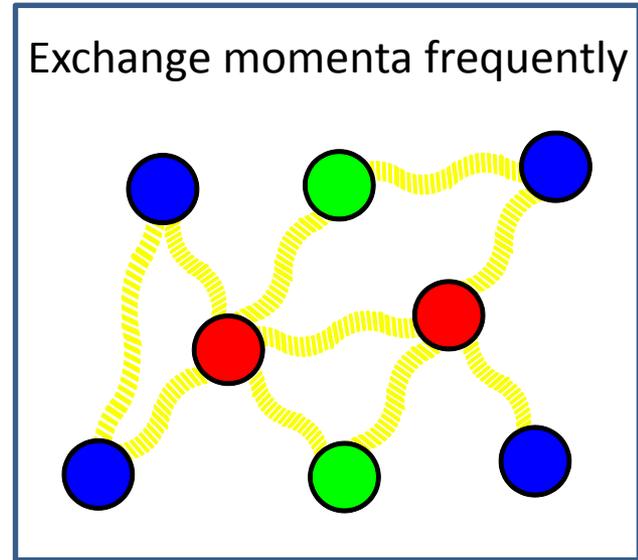
*Color instantaneous potential
(magnetic and spatial)*



*Color -Debye potential
(electric)*

Transport Coefficient

- ◆ Formulation of transport coefficients coming from linear response theory.
- ◆ Hydro-model analyses shows ideal gas, *zero-shear viscosity*.
- ◆ Frequently exchanging momentum among elements; short mean-free path.
- ◆ Perturbative expression for the viscosity is



$$\frac{\eta}{T^3} = \frac{\kappa}{g^4 \log(g^{-1})} \quad \kappa = \begin{cases} 27.126(N_f = 0) & g \rightarrow 0; \eta \rightarrow \text{large} \\ 86.473(N_f = 2) & g \rightarrow \infty; \eta \rightarrow \text{zero; perfect liquid} \end{cases}$$

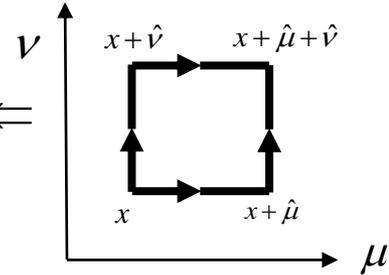
- ◆ sQGP picture has been established but *why it is so small ?*

Refs. for perturbation : G. Baym, et. al, PRL16(1990)1867, P. Arnold, et. al, JHEP0011(2000)001, P. Arnold, JHEP0305(2003)051.

Formulation of transport Coefficient

- ◆ Energy-momentum tensor

$$T_{\mu\nu} = 2\text{Tr}(F_{\mu\sigma}F_{\nu\sigma} - \frac{1}{4}\delta_{\mu\nu}F_{\rho\sigma}F_{\rho\sigma}), \quad T_{\mu\nu} = 0 \quad U_{\mu\nu}(x) = \exp(ia^2 gF_{\mu\nu}(x))$$



- ◆ Green function on shear viscosity

$$\eta = -\int d^3x' \int_{-\infty}^t dt_1 e^{\varepsilon(t_1-t)} \int_{-\infty}^{t_1} dt' \langle T_{12}(x,t) T_{12}(x',t') \rangle_{ret}$$

$$U_{\mu}(x) = \exp(iagA_{\mu}(x))$$

- ◆ However, we can only calculate thermal Green function on the Euclidean lattice and have to find retarded Green function, which is *a very hard task*. So usually we assume the following spectral function,

$$\rho = \frac{A}{\pi} \left(\frac{\gamma}{(m-\omega)^2 + \gamma^2} + \frac{\gamma}{(m+\omega)^2 + \gamma^2} \right)$$

- ◆ and, for instance, on the shear viscosity,

$$\eta = 2A \frac{2\gamma m}{(\gamma^2 + m^2)^2}, \text{ etc.}$$

Gluon propagators at finite temperature (2)

◆ Electric and magnetic gluon propagators

$$D_E(\vec{k}, k_0 = 0) = D^{00} = \frac{1}{F + \vec{k}^2}, \quad F(\vec{0}, 0) = m_E^2 \sim g(T)T$$

$$D_M(\vec{k}, k_0 = 0) = D^{ii} = \frac{1}{G + \vec{k}^2}, \quad G(\vec{0}, 0) = m_M^2 \sim g^2(T)T$$

◆ Gauge field, correlator and unequal time propagators

$$A_\mu^a(x, t) = \text{Tr} \sigma^a U_\mu(x, t) \quad D_{\mu\nu}(\vec{q}, t) = \frac{1}{V(N_c^2 - 1)} \sum_x A_\mu^a(x, t') A_\nu^a(y, t'') e^{iq(x-y)}$$

◆ After taking a sum of t with $q_0=0$,

$$D_{\mu\nu}(\vec{q}, q_0 = 0) = \frac{1}{N_t} \sum_t D_{\mu\nu}(\vec{q}, t)$$

◆ Note that for Coulomb gauge case we use equal-time propagators here.

Lattice setup

- ◆ SU(2) lattice calculation with quenched Wilson-gauge action
- ◆ Landau (Coulomb) gauge on the lattice in the path-integral formula satisfies the following condition:

$$\partial_\mu A_\mu(x,t) = 0 \Rightarrow \text{Maximize } R = \frac{1}{VT} \sum_{x,t} \text{Re Tr} U_\mu(x,t) \left| \sum_\mu \text{Tr} \sigma^a (U_\mu(x) - U_\mu(x - \hat{\mu})) \right|^2 \leq 10^{-\text{eps}}$$

Wilson-Mandula Method (PLB185,127(1987))

- ◆ Parameters:

- ◆ Lattice size : 24x24x24x4

- ◆ beta : 2.2-2.6, corresponding to the temperatures T/T_c are approx. 1.40, 3.00 and 6.00.

- ◆ Configurations: 10k discarded and about 20-30 confs. are used to measure.

- ◆ Convergence criteria: $\text{eps} = 10^{-8}$ for gauge fixing and $\text{eps} = 10^{-16}$ for maximal center projection.

- ◆ Procedure:

Gauge updated --> Maximal center projection --> Gauge fixing